

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

SOLUÇÕES CORRETIVAS DE TENSÃO E FLUXOS DE POTÊNCIA  
ATRAVÉS DE UMA TÉCNICA DE MÍNIMOS QUADRADOS

Dissertação submetida como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

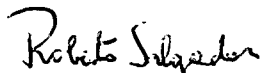
ANDRÉ DELLA ROCCA MEDEIROS

FLORIANÓPOLIS, JULHO DE 1993

SOLUÇÕES CORRETIVAS DE TENSÃO E FLUXOS DE POTÊNCIA  
ATRAVÉS DE UMA TÉCNICA DE MÍNIMOS QUADRADOS

ANDRÉ DELLA ROCCA MEDEIROS

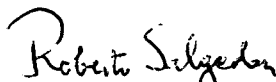
‘Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção  
do título de Mestre em Engenharia Elétrica, e aprovada  
em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação’



---

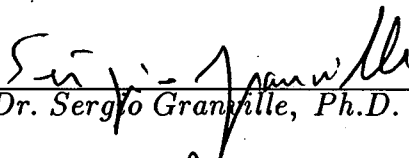
*Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.*  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA



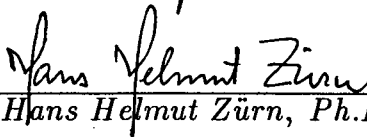
---

*Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.*  
Orientador



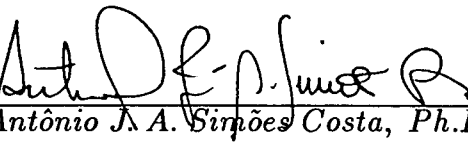
---

*Dr. Sergio Granville, Ph.D.*



---

*Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.*



---

*Prof. Antônio J. A. Simões Costa, Ph.D.*

Cada um de nós é único e um microcosmo do Todo;  
Cada um é a uma só vez, cientista e artista e místico.  
Assim, cada um de nós pode contribuir com algo de valor  
para a co-criação e para se unir e ser uno com o Todo.

Anna F. Lemkow

Aos meus pais

Alcélio e Wilma

Aos meus irmãos

Adilson, Maristela e Joel

# Agradecimentos

Ao Prof. Roberto Salgado, orientador e amigo, pela inestimável colaboração prestada em todas as etapas deste trabalho.

Aos meus familiares, amigos e colegas pelo incentivo.

Ao Laboratório de Sistemas de Potência da UFSC pelo apoio técnico.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

# Resumo

Este trabalho propõe uma metodologia baseada em uma técnica de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade para determinar as ações de controle corretivo necessárias quando tensões e/ou potências reativas geradas e/ou fluxos de potência ativa violam limites pré-especificados, em estudos de planejamento e/ou na operação do sistema elétrico.

Decompõe-se o problema original em dois subproblemas: um associado ao controle de tensão/potência reativa e outro à correção de fluxos de potência ativa. Modelos incrementais lineares específicos são desenvolvidos com base nas equações estáticas do fluxo de potência AC. Os ajustes calculados com base nestes modelos são confirmados pela solução das equações não-lineares da rede elétrica.

Visando reduzir a dimensão do modelo linear e tornar o processo iterativo mais eficiente, estratégias para a seleção de restrições potencialmente ativas durante o processo de otimização e de controles mais eficientes são sugeridas. Adicionalmente, no caso de detecção de situações onde uma solução viável não pode ser obtida, soluções alternativas com relaxação em limites de variáveis apropriadas são propostas.

# Abstract

This work proposes the application of a Least Squares technique taking into account inequality constraints to determine the corrective control actions to eliminate violations of bus voltage magnitude and/or reactive power generation and/or transmission line power flow pre-specified limits, in planning and operation studies of the power systems.

The original problem is decomposed in two subproblems: one associated with the voltage magnitude/reactive power control and the other related to the elimination of violations of the transmission line flow limits. For each problem, specific linear incremental models based on the static AC power flow equations are developed. The adjustments evaluated with the aid of these models are confirmed by subsequent solutions of the nonlinear power network equations.

Aiming at reducing the dimension of the linear model and to speed up the iterative process, strategies to select potentially active constraints and the most efficient control variables are suggested. Additionally, in case of detection of cases where no feasible solution can be obtained, alternative solutions with relaxation of the limits of some adequate variables are proposed.

# Índice

<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Resumo</b>	<b>vi</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Aspectos Gerais . . . . .	1
1.2 Revisão Bibliográfica . . . . .	2
1.2.1 Controle de Tensão-Potência Reativa . . . . .	3
1.2.2 Controle de Fluxos de potência . . . . .	6
1.2.3 Controle Simultâneo de Tensão e Fluxos de potência . . . . .	7
1.3 Proposição do Trabalho . . . . .	8
<b>2 Controle Corretivo</b>	<b>10</b>
2.1 Objetivo do Controle Corretivo . . . . .	10
2.2 Formas de Determinação do Controle Corretivo . . . . .	12
2.3 Técnicas de Otimização Aplicadas no Controle Corretivo . . . . .	16



2.4	Aplicações do Controle Corretivo . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Fundamentos Teóricos</b>	<b>20</b>
3.1	Definição do Problema de Otimização . . . . .	21
3.2	O Problema Quadrático . . . . .	22
3.3	Condições de Otimalidade do Problema de Otimização com Restrições Lineares . . . . .	24
3.3.1	Movimentos a Partir de um Ponto Inicial Viável . . . . .	24
3.4	Condição de Otimalidade de $x^*$ . . . . .	25
3.5	Solução do Problema Quadrático a Partir de uma Solução Inviável	27
3.5.1	O Problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Não-Negatividade . . . . .	28
3.5.2	Algoritmo Para Solução do Problema com Restrições de Não-Negatividade . . . . .	30
3.5.3	O Problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade . . . . .	32
3.5.4	Solução Inviável . . . . .	35
3.5.5	Relaxação . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Metodologia Proposta</b>	<b>39</b>
4.1	Problema Global do Controle Corretivo . . . . .	40
4.1.1	Função Objetivo . . . . .	40
4.1.2	Variáveis de Controle . . . . .	42
4.1.3	Linearização das Restrições . . . . .	43

4.2	Estágios da Solução . . . . .	45
4.3	O Controle Corretivo dos Fluxos dos Potência Ativa . . . . .	47
4.3.1	Variáveis de Controle . . . . .	47
4.3.2	Função Objetivo . . . . .	47
4.3.3	Linearização das Restrições . . . . .	49
4.3.3.1	Fluxos de Potência Ativa . . . . .	49
4.3.3.2	Geração de Potência Ativa . . . . .	50
4.4	Controle Corretivo de Potência Reativa-Tensão . . . . .	51
4.4.1	Variáveis de Controle . . . . .	51
4.4.2	Função Objetivo . . . . .	52
4.4.3	Modelagem das Restrições . . . . .	53
4.4.3.1	Tensão nas Barras de Carga . . . . .	53
4.4.3.2	Potência Reativa Gerada . . . . .	53
4.5	Eliminação de Elementos Não Significativos da Matriz de Sensibil- idade . . . . .	54
4.6	Seleção dos Controles e Restrições . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Resultados Numéricos</b>	<b>59</b>
5.1	Considerações Preliminares . . . . .	60
5.2	Testes com o Sistema de 14 Barras do IEEE . . . . .	61
5.2.1	Correção da Magnitude das Tensões . . . . .	62
5.2.2	Correção dos Fluxos de Potência Ativa . . . . .	72
5.2.3	Soluções Inviáveis . . . . .	74

5.3	Resultados Para Outros Sistemas-Teste . . . . .	77
5.3.1	Correção da Magnitude das Tensões . . . . .	78
5.3.2	Correção de Fluxos de Potência . . . . .	80
5.3.3	Correção de Tensões e Fluxos de Potência . . . . .	81
5.3.4	Soluções Inviáveis . . . . .	82
5.3.5	Comparação com Programação Linear . . . . .	86
6	Conclusões	91
6.1	Sugestões para Futuros Trabalhos . . . . .	93

# Lista de Tabelas

5.1	Sistemas Teste: Características Gerais . . . . .	62
5.2	Tensões nas Barras de Carga - IEEE 14 Barras . . . . .	63
5.3	Valores Iniciais e Limites dos Controles - IEEE 14 Barras . . . . .	63
5.4	$V_g$ Como Variável de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	64
5.5	$V_g$ Como Variável de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	64
5.6	Tempos de c.p.u. - $V_g$ Como Variável de Controle - IEEE 14 Barras	65
5.7	“Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	66
5.8	“Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	66
5.9	Tempos de c.p.u. - “taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	67
5.10	$V_g$ e “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	68
5.11	$V_g$ e “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	68
5.12	Tempos de c.p.u. $V_g$ e “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras . . . . .	69
5.13	Seleção de Controles e Restrições - IEEE 14 Barras . . . . .	69
5.14	Seleção de Controles e Restrições - IEEE 14 Barras . . . . .	70

5.15	Tempos de c.p.u. - Seleção de Controles e Restrições - IEEE 14	
	Barras . . . . .	70
5.16	Correção de Fluxos de Potência Ativa - IEEE 14 Barras . . . . .	72
5.17	Correção de Fluxos de Potência Ativa - IEEE 14 Barras . . . . .	73
5.18	Tempos de c.p.u. - Correção de Fluxos de Potência Ativa - IEEE	
	14 Barras . . . . .	73
5.19	Relaxação em Limites de Tensões - IEEE 14 Barras . . . . .	75
5.20	Relaxação em Limites de Fluxos de Potência - IEEE 14 Barras . .	76
5.21	Sistemas teste - Correção de Tensões - Método Completo . . . . .	78
5.22	Sistemas teste - Correção de Tensões - Com Sel. de Contrs. e Restrs.	79
5.23	Sistemas teste - Correção de Fluxos de Potência Ativa . . . . .	81
5.24	Sistemas Teste - Tensões/Fluxos de Potência . . . . .	83
5.25	Sistemas com Tensões Relaxadas . . . . .	84
5.26	Tensões com Limites Relaxados - SIS161 . . . . .	85
5.27	Tensões com Limites Relaxados - SIS262 . . . . .	87
5.28	Sistemas teste - Comparação com Dual Simplex . . . . .	89
5.29	$PL \times MQ$ - Sistema de 39 Barras do IEEE . . . . .	90

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Aspectos Gerais

A dimensão e complexidade, além do constante crescimento dos atuais sistemas de energia, tornaram os estudos de planejamento e a operação tarefas difíceis. Isto é consequência do grande número de alternativas de despacho de potência ativa e reativa e das diversas configurações que podem ser assumidas para a rede elétrica. Um dos requisitos básicos para a escolha de pontos de operação que conciliem critérios de economia, qualidade e segurança, é que os limites da magnitude das tensões, potência reativa e fluxos de potência em linhas de transmissão e transformadores, sejam respeitados. O controle de tensão e potência reativa permite a redução das perdas de transmissão, melhora o fator de utilização de linhas de transmissão e transformadores, e possibilita o uso racional dos equipamentos destinados a executar a monitoração de tensão (tensão terminal dos geradores,

“taps” dos transformadores com comutação sob carga e reatores “shunt”) [1].

Por outro lado, o controle de fluxos de potência em linhas de transmissão e transformadores garante a continuidade de operação do sistema evitando o surgimento de sobrecargas sucessivas, diminui as perdas na transmissão, evita cortes de carga, em certos casos retarda a instalação de dispositivos de controle especiais e a imediata necessidade de expansão do sistema [2].

Portanto, dada a importância do controle destas variáveis, violações em seus limites, seja em consequência de eventos previstos ou não, devem ser eliminadas. Apresenta-se neste trabalho uma metodologia para determinação de soluções corretivas no que diz respeito à remoção de violações nos limites, tanto da magnitude das tensões nodais, como dos fluxos de potência nas linhas de transmissão.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Uma maneira intuitiva de se determinar correções em níveis indesejáveis de tensões e fluxos de potência consiste em executar um processo de tentativa e erro. Neste procedimento as variáveis de controle são ajustadas observando-se o seu efeito com auxílio de soluções convencionais sucessivas de fluxos de potência. Obviamente este procedimento não é o mais adequado sob os pontos de vista de otimalidade da solução obtida e da certeza, quando for o caso, da não existência de uma solução viável.

Uma forma mais sistemática de determinar ações de controle corretivo consiste em modelar o problema utilizando técnicas de otimização estática. Estas

permitem determinar o ajuste nas variáveis adequadas, considerando estas ações em termos globais e levando em conta que as tensões e fluxos devem ser mantidas dentro de limites especificados.

Os problemas de controle corretivo de tensão e de fluxos de potência ativa podem ser resolvidos separadamente por serem na maioria dos sistemas, de natureza desacoplada, isto é, os dispositivos de controle de potência ativa quando ajustados pouco influenciam no nível de tensão e vice-versa. A revisão bibliográfica aqui apresentada, aborda em seqüência os problemas de controle de tensão-potência reativa e controle de fluxos de potência. Ao final, alguns trabalhos de correção simultânea destas variáveis são comentados.

### **1.2.1 Controle de Tensão-Potência Reativa**

Anteriormente ao surgimento dos Centros de Controle da Operação dos Sistemas Elétricos, as tensões eram mantidas dentro de determinada tolerância em cada barra através do controle individual dos reguladores de tensão locais. O aumento da complexidade dos sistemas e a conseqüente necessidade de um controle centralizado levaram ao emprego de variadas técnicas de otimização as quais começaram a ser divulgadas.

Eric Hobson [3] apresenta diversas funções objetivo para controle de potência reativa em tempo real. São também propostas nesta referência, modelos incrementais para fluxos de potência reativa em linhas de transmissão e transformadores. Para estabelecer o modelo linear, é utilizada a solução obtida via fluxo



de potência desacoplado. Para a solução do problema de otimização, é aplicada uma metodologia baseada em Programação Linear.

Mamandur e Chenoweth em [4] propõem um método para otimizar a distribuição de potência reativa que ao mesmo tempo minimiza as perdas e melhora o perfil de tensão. Neste método é utilizada Programação Linear Dual e as sensibilidades são calculadas com base na matriz Jacobiana do método de Newton-Raphson. Na referência [5], Mamandur utiliza a mesma metodologia apresentada em [4], porém a função objetivo proposta neste caso visa minimizar o somatório ponderado dos desvios de controles de potência reativa.

Burchett e Happ em [6] apresentam um modelo exato de fluxo de potência ótimo para o despacho de potência reativa que minimiza custos, e onde as restrições linearizadas são de natureza operacional e de segurança. O algoritmo de otimização resolve uma sequência de subproblemas lineares usando a direção de busca Quasi-Newton. Nos casos em que o fluxo de potência diverge a metodologia proposta determina compensações de potência reativa em geradores fictícios da rede.

Zaborszky, Huang e Lin na referência [7] introduzem uma metodologia para determinação de ações corretivas para problemas de tensão na qual é proposta a formação de matrizes de sensibilidade bloco diagonais, associando em cada bloco um conjunto de variáveis dependentes a um conjunto de controles com base na magnitude dos elementos da matriz de sensibilidade. Uma vez identificadas as tensões fora dos limites, determinam-se os ajustes nos controle pela inversão dos blocos diagonais associados a estas tensões.

Meliopoulos e Bakirtzis [8] determinam o despacho dos dispositivos de controle de potência reativa para determinação de soluções corretivas via método Dual Simplex de Programação Linear. Nesta referência é apresentado um processo de redução do modelo linear via seleção de restrições baseada na distância das variáveis em relação a um dos limites, e também uma adaptação do método Dual Simplex para controles discretos de compensadores “shunt” de potência reativa.

Housos e Irisarri [9] propõem o uso de função objetivo quadrática para o controle de tensão no qual a minimização é efetuada na direção negativa do vetor gradiente. Apresentam também uma metodologia para seleção dinâmica de controles e restrições, onde atribui-se maior peso aos controles que provocam o menor surgimento de novas violações.

Sun e Shoults [10] aplicam o Método de Descida Mais Íngreme para a determinação do despacho global de var considerando restrições de segurança. Em um caso base variáveis de controle de potência reativa são otimizadas de acordo com certas funções objetivo definidas apropriadamente, e então, violações em variáveis dependentes são minimizadas para o caso base e para condições de contingência.

Mota-Palomino e Quintana [11] utilizam Programação Linear para o despacho de potência reativa propondo um critério para tornar a matriz de sensibilidade esparsa (o qual também é utilizado neste trabalho). São também definidos nesta referência grafos de sensibilidade para formar subconjuntos de restrições a serem incluídas no problema de minimização.

Kirschen e Meeteren em [12] propõem o uso alternativo de controles de potência

ativa para correção de violações de tensão nas situações em que o ajuste dos dispositivos de potência reativa não satisfaz a todas as restrições. Algoritmos de Programação Linear Dual são utilizados para determinar a solução do problema de otimização. As sensibilidades entre os incrementos de tensão e potência ativa são calculadas com base em submatrizes da matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional.

### 1.2.2 Controle de Fluxos de potência

O problema de controle de fluxos de potência em linhas e transformadores tem sido focado principalmente sob o ponto de vista de eliminação de sobrecargas pós-contingências. Kaltenbach e Hajdu [13] propõem o redespacho de geração e de intercâmbio de potência para situações em que análise de contingências indique o aparecimento de sobrecargas. Nesta metodologia, o uso de Programação Linear Dual é recomendado.

Mamandur e Berg [2] propõem um despacho “ótimo” de potência ativa para a eliminação de sobrecargas de fluxos de potência ativa. No que diz respeito à solução do problema de otimização, o Método da Inversa Generalizada é utilizado, e a função objetivo é ponderada de forma a minimizar os custos adicionais provenientes do redespacho.

Medicherla, Billinton e Sachdev na referência [14], desenvolvem um modelo linear que em conjunto com o fluxo de potência Newton-Raphson, calcula simultaneamente o redespacho e o corte de carga de potência ativa e/ou reativa

necessários para que sejam corrigidos os fluxos de potência aparente nas linhas de transmissão.

### **1.2.3 Controle Simultâneo de Tensão e Fluxos de potência**

Alguns trabalhos que propõem a correção simultânea de fluxos de potência e tensão tem sido divulgados. Meliopoulos, Kovacs, Contaxis, Reppen e Balu [15] apresentam uma metodologia para o cálculo de ações de controle corretivo que envolve chaveamento discreto de compensadores “shunt”, transferência de carga e controle de intercâmbio. Na solução do problema de otimização é utilizado um algoritmo “esparso” de Programação Linear. Objetivando aplicações em sistemas de grande porte, são também propostos procedimentos para rápida identificação e linearização de restrições ativas.

Maria, Yuen e Findlay em [16] propõem que a correção das tensões e fluxos sejam efetuadas entre as iterações do fluxo de potência. Para isto o fluxo de potência desacoplado rápido é utilizado. Na iteração correspondente à potência ativa/ângulos das tensões eliminam-se as violações nos fluxos de potência ativa, enquanto que na iteração relativa à potência reativa/magnitude das tensões, violações na magnitude das tensões/geração de potência reativa. Um algoritmo baseado em Programação Linear Dual é aplicado para a determinação de soluções de mínimo desvio.

### 1.3 Proposição do Trabalho

Este trabalho propõe a aplicação de uma técnica de otimização alternativa, especificamente Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade [17], para a determinação de soluções corretivas. Na aplicação desta técnica, os problemas de correção de fluxos de potência nas linhas de transmissão e de controle da magnitude da tensão são decompostos em dois subproblemas e resolvidos a partir de modelos lineares incrementais específicos para cada subproblema. Todas as restrições associadas a cada subproblema são levadas em consideração, o que permite resolver o problema em poucas iterações. As soluções determinadas pelos modelos lineares são alternadas com a resolução das equações não lineares do fluxo de potência. Quando não é possível determinar soluções onde todas as variáveis se mantenham dentro dos limites pré-especificados, relaxações mínimas nos limites das variáveis dependentes são determinadas com base em informações obtidas durante o processo de aplicação da técnica de mínimos quadrados.

No capítulo 2, o problema de controle corretivo é apresentado. São descritos o objetivo do controle corretivo em sistemas de potência, as formas de determinação de soluções corretivas e as técnicas de otimização aplicadas neste problema. Também são apresentadas algumas situações em que se aplica o controle corretivo.

No capítulo 3 apresenta-se uma abordagem teórica do problema geral de otimização para funções objetivo quadráticas com restrições lineares de desigualdade, e a técnica de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade proposta

neste trabalho.

O capítulo 4 mostra a aplicação da técnica proposta para determinação de soluções corretivas em sistemas de potência. Apresenta-se a aplicação em termos do problema global e a decomposição do problema em dois subproblemas, um associado ao controle de tensão-potência reativa e outro ao controle de fluxos de potência ativa. Descrevem-se também as estratégias para a eliminação de elementos não significativos das matrizes de sensibilidade e propõem-se critérios de seleção de restrições e controles a serem considerados durante o processo de otimização com restrições linearizadas.

Os resultados numéricos da implementação computacional da técnica proposta são apresentados no capítulo 5. Testes efetuados com sistemas de diferentes portes e características. Apresentam-se ainda, resultados comparativos da metodologia proposta com uma metodologia baseada no algoritmo Dual Simplex de Programação Linear.

Conclusões e sugestões para futuros trabalhos são abordados no capítulo 6.

# Capítulo 2

## Controle Corretivo

Neste capítulo faz-se uma abordagem teórica do problema de controle corretivo em sistemas de potência em regime permanente. Sequencialmente, apresentam-se o objetivo do controle corretivo, as formas possíveis de determinação de soluções corretivas, as técnicas de otimização correntemente aplicadas e, concluindo, apresentam-se algumas situações em que se aplica o controle corretivo.

### 2.1 Objetivo do Controle Corretivo

Um sistema de potência operando em regime permanente pode ser representado por um conjunto de equações e inequações algébricas não lineares [18], as quais podem ser expressas na seguinte forma vetorial:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (2.2)$$

$$l(u) \leq 0 \quad (2.3)$$

onde,  $x$  é o vetor das variáveis dependentes;  $u$  é o vetor das variáveis independentes ou de controle;  $g$  é o vetor que representa as equações do fluxo de potência;  $h$  é o vetor que representa as restrições operacionais associadas às variáveis dependentes; e  $l$  é o vetor que representa as restrições operacionais associadas as variáveis independentes.

As variáveis independentes ou de controle são aquelas que podem ser modificadas de forma direta. Elas representam os controles disponíveis no sistema elétrico. As variáveis dependentes são aquelas cujo valor varia de forma indireta como resultado de modificações nas variáveis de controle. As equações estáticas dadas por 2.1 também dependem de parâmetros fixos da rede que são: as demandas de potência ativa e reativa em cada barra, a topologia e os parâmetros do sistema de transmissão. As restrições operacionais associadas às variáveis independentes representam os limites operacionais dos dispositivos de controle da rede elétrica. As restrições operacionais associadas as variáveis dependentes representam os limites impostos à magnitude da tensão nas barras de carga, nos fluxos de potência nas linhas e transformadores e na potência reativa gerada. Estas, quando não obedecidas, comprometem o funcionamento normal do sistema. A ocorrência de subtensões provoca o aumento das perdas e conseqüente diminuição da capacidade de transmissão do sistema, além da impossibilidade de funcionamento de certas cargas. Sobretensões podem levar a perda de isolamento e conseqüente danificação de equipamentos. Os fluxos de potência também devem se manter



dentro de limites especificados, pois sobrecargas nas linhas de transmissão elevam as perdas de potência ativa e em casos extremos podem provocar desligamentos em “cascata”. Os limites de potência reativa dependem da capacidade de geração das usinas. No entanto, pode-se também adotar limites artificiais para garantir fatores de potência adequados.

O objetivo do controle corretivo é garantir que todas as restrições operacionais sejam satisfeitas, isto é, para uma dada configuração com carga e controles especificados, resolve-se via fluxo de potência o conjunto de equações dados por 2.1, e verifica-se se o conjunto dado por 2.2 é satisfeito. Se isto não ocorrer, procura-se determinar o ajuste necessário nas variáveis de controle, satisfazendo 2.3, de forma a resultar em que todas as variáveis do sistema elétrico estejam dentro dos limites.

## **2.2 Formas de Determinação do Controle Corretivo**

Uma das maiores dificuldades associadas à obtenção de soluções corretivas está na não linearidade da relação entre as restrições operacionais relativas às variáveis dependentes e os controles, o que praticamente inviabiliza a obtenção de soluções analíticas. De uma forma geral três procedimentos podem ser aplicados para determinação do controle corretivo. O primeiro é o processo de tentativa-erro. Neste

caso, executa-se um programa de fluxo de potência repetidas vezes, modificando-se os dispositivos de controles apropriados, até que todas as restrições operacionais associadas às variáveis dependentes sejam satisfeitas. Podem-se obter bons resultados com este procedimento. No entanto, há dificuldades em se estabelecer a magnitude dos ajustes assim como os controles mais convenientes a serem utilizados na remoção das violações. A dependência da solução corretiva com a especificação dos ajustes e com a seleção dos controles pode implicar em demora até se obter uma solução, mesmo que ela exista. Além disso, tais fatores podem ainda resultar na impossibilidade de estabelecer uma alteração conjunta nos dispositivos de controle que garanta o não surgimento de novas variáveis fora dos limites e, mais grave ainda, de detectar casos em que a solução é inviável.

Uma segunda técnica consiste em utilizar as informações contidas em relações de sensibilidades baseadas na linearização das equações que representam as restrições. Através deste processo, é possível determinar um modelo linear incremental que relaciona os incrementos nas variáveis de controle com os incrementos nas variáveis dependentes. Este modelo é obtido pela expansão das equações não lineares em série de Taylor em torno de uma vizinhança de um ponto de operação inicial até os termos de primeira ordem [19]. As matrizes de sensibilidade obtidas através deste procedimento permitem uma primeira avaliação dos controles, tal que se possa selecionar os mais adequados e também calcular uma primeira aproximação de qual deve ser a variação dos mesmos de forma a corrigir eventuais violações. Uma vez que os ajustes nas variáveis de controle são definidos

pelo modelo linear, o qual é apenas aproximado, após a determinação da magnitude dos ajustes executa-se um programa de fluxo de potência para se confirmar os resultados esperados. Se ainda existirem violações, repete-se o procedimento de linearização, seleção, ajuste nas variáveis de controle e execução do fluxo de potência até que todas as variáveis estejam dentro dos limites. Esta metodologia apresenta melhorias em relação a anterior, pois os ajustes são obtidos com base numa referência. Porém da mesma forma que o processo anterior, apresenta a impossibilidade de se garantir a detecção de uma solução inviável.

Uma alternativa às técnicas propostas anteriormente consiste em formular a eliminação de violações como um problema de otimização, no qual busca-se minimizar uma função dos desvios nas variáveis de controle de forma que o balanço de potência e as restrições operacionais em todas as variáveis sejam satisfeitas. Isto pode ser feito associando uma técnica de otimização para problemas com restrições lineares à solução de um fluxo de potência convencional. O problema resultante desta associação é classificado como um problema de Fluxo de Potência Ótimo. O processo de solução deste problema também utiliza matrizes de sensibilidade da técnica anterior e aplica o mesmo procedimento, que tem por base uma sequência de fluxos de potência, linearizações e ajustes nas variáveis independentes. A cada iteração, determina-se o ajuste global nas variáveis de controle de forma que todas as restrições linearizadas consideradas na formulação analítica do problema sejam satisfeitas. Isto quer dizer que, se as restrições em todas as variáveis forem levadas em conta e os desvios nas variáveis de controle estiverem dentro da faixa de validade do modelo linear, é possível resolver o problema em

apenas uma iteração.

Outro aspecto importante é que se pode obter uma informação relativamente segura da inviabilidade de solução do problema, quando esta é indicada pelo método de otimização. A desvantagem neste caso, é que a técnica se baseia em um modelo linear cuja validade se restringe para pequenos desvios nas variáveis de controle. Quando são necessários ajustes mais significativos, o método de otimização pode indicar a obtenção de uma a solução inviável quando não for o caso.

A sistematização da obtenção das soluções corretivas através das técnicas de otimização pode ser vista como uma evolução, sob o ponto de vista de confiabilidade, no que diz respeito ao resultado final do processo de determinação do despacho corretivo. Na sua forma original, a formulação analítica do problema de otimização é independente da forma como são determinados os ajustes corretivos quando o processo de tentativa-erro mencionado anteriormente é utilizado (experiência do operador). Recentemente, entretanto, têm sido aplicadas técnicas de inteligência artificial e desenvolvidos sistemas interativos para auxiliar os operadores do sistema elétrico na determinação de soluções corretivas. Procura-se, de uma certa forma, conciliar as regras empíricas baseadas no conhecimento do sistema de potência com as técnicas analíticas propostas na literatura [20], [21] e [22],[23]

## 2.3 Técnicas de Otimização Aplicadas no Controle Corretivo

As metodologias baseadas em técnicas de otimização aplicadas ao problema de controle corretivo basicamente se dividem em dois grupos: As que utilizam técnicas de Programação Linear e as que usam algoritmos de Programação Não-Linear. As técnicas de Programação Linear por sua confiabilidade, velocidade de solução, rápida detecção de inviabilidades e simplicidade de implementação computacional tem sido predominantemente utilizadas neste tipo de problema. Entretanto há uma tendência nestes métodos de ajustar as variáveis de controle e dependentes em seus limites (inferior ou superior), o que é indesejável sob o ponto de vista de flexibilidade de operação de tais variáveis. Para contornar isto têm sido desenvolvidos algoritmos de Programação Linear adaptados especificamente para aplicação em sistemas de potência. Os métodos de programação Linear Simplex e Dual Simplex e variantes são predominantemente utilizados no problema de controle corretivo [15] [3] [4] [5] [24] [8] [9] [11] [25] [16] [12] [26].

A tendência de ajustar as variáveis de controle em um dos limites normalmente não aparece nos métodos de Programação Não-Linear. No entanto, tais métodos são menos utilizados por apresentarem dificuldades de programação, e de tratamento de restrições de desigualdade. Os métodos de Programação Quadrática [27], Descida Mais Íngreme [10], Quasi-Newton [6] e Projeção Ortogonal [28] têm sido aplicados neste tipo de problema.

A técnica de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade aplicada neste trabalho, é classificada como uma técnica de Programação Não Linear por apresentar uma função objetivo quadrática. Esta consiste na somatória dos quadrados dos desvios das variáveis de controle da solução corrente. Entretanto, esta técnica inclui em seu algoritmo características semelhantes a dos métodos de Programação Linear. Isto é, pela solução do problema dual (ou não-negativo associado) ao invés do primal e pela forma de tratamento das restrições de desigualdade. Esta forma de resolver o problema torna esta técnica atrativa para a solução do problema de determinação de soluções corretivas, com a vantagem da não ser necessário o desenvolvimento de algoritmos especiais para evitar que as variáveis de controle sejam levadas para seus valores limites.

## 2.4 Aplicações do Controle Corretivo

O controle corretivo se aplica em qualquer situação em que se deseje eliminar violações em limites de variáveis dependentes, tais como magnitude das tensões, fluxos de potência, etc ..., tanto em estudos de planejamento quanto na operação dos sistemas de potência em regime permanente. A seguir, ilustram-se algumas das diversas aplicações do controle corretivo.

No planejamento da operação o objetivo inicial é assegurar o atendimento de potência ativa e reativa para todos os pontos de carga. Uma vez satisfeito o balanço de potência, procura-se otimizar o uso dos equipamentos de controle disponíveis de forma a atender a um ou mais dos seguintes objetivos: minimizar

os custos de produção de energia do sistema (Despacho Econômico), minimizar perdas de potência ativa e/ou reativa nas linhas de transmissão, maximizar reservas de potência, minimizar desvios de uma distribuição de potência ativa e/ou reativa pré-especificada, etc . Ao final destes processos de otimização nem todas as restrições operacionais podem estar satisfeitas, pois levar em consideração todas as restrições simultaneamente tornariam estes algoritmos muito complexos. Portanto, no caso de existência de sobrecargas em linhas, tensões ou potências reativas fora de limites aceitáveis, utiliza-se o controle corretivo para determinar o mínimo desvio destes pontos de operação considerados “ótimos” em relação uma determinada função objetivo.

Na operação dos sistemas de energia em que todas as restrições operacionais são satisfeitas, contingências como: variações não previstas de carga, perda de linhas, transformadores, geradores, etc ..., podem levar certas variáveis para valores fora de limites aceitáveis, podendo inclusive trazer consequências sérias ao sistema, como por exemplo, o desligamento em “cascata” de equipamentos por sobrecargas sucessivas. Isto pode ser evitado via imediata atuação do controle corretivo. Durante a operação pode-se também aplicar o controle corretivo para manter os fluxos de potência nas linhas de intercâmbio em valores programados, seja na operação normal ou em situações pós-contingência.

Conforme já descrito quando da aplicação de técnicas de otimização no controle corretivo, podem ocorrer situações em que é indicado pelo algoritmo que a solução é inviável. Isto é, que não é possível determinar uma solução em

que todas as restrições levadas em consideração na formulação do problema sejam satisfeitas utilizando os controles prioritariamente utilizados para este fim. Neste caso, medidas mais extremas como o corte de carga podem ser necessárias. Pode-se então determinar relações de sensibilidade das injeções de potência em certas barras de carga apropriadamente escolhidas em relação as variáveis dependentes, calculando-se assim o mínimo corte de carga de forma que todas as restrições sejam satisfeitas. Já nos estudos de planejamento, quando não se encontra uma solução viável pode-se fazer o contrário, isto é, determinar quais devem ser as mínimas injeções adicionais de potência ativa e/ou reativa de forma que todas as variáveis estejam dentro dos limites. Um exemplo é o planejamento de var, em que se deseja instalar a mínima quantidade de equipamentos “shunt” de potência reativa (compensadores do tipo indutivo ou capacitivo) ou compensadores síncronos de forma a garantir um perfil adequado de tensão no sistema [29] [30] [31] [32] [33] [34] [35].

Outras aplicações do controle corretivo são ainda possíveis. A metodologia proposta neste trabalho foi desenvolvida fundamentalmente para aplicação as duas primeiras situações descritas. O corte de carga sendo uma medida corretiva mais drástica, e a instalação adicional de var, mais apropriada para estudos de planejamento, não foram levadas em conta neste trabalho.

Os capítulos subseqüentes descrevem as características particulares da metodologia proposta.



# Capítulo 3

## Fundamentos Teóricos

Apresenta-se inicialmente neste capítulo uma abordagem teórica do problema geral de otimização para funções objetivo quadráticas com restrições lineares de desigualdade, em termos de condições de otimalidade, e soluções a partir de pontos iniciais no interior da região viável. Em seguida, apresenta-se a solução do problema quadrático a partir de um ponto qualquer, o que caracteriza a técnica de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade cuja aplicação é proposta neste trabalho.

### 3.1 Definição do Problema de Otimização

Seja o seguinte problema de otimização, no qual as restrições são representadas por um conjunto de desigualdades.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && f(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a} && \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde,  $f(\mathbf{x})$  é a função objetivo a ser otimizada,  $\mathbf{A}$  é a matriz de coeficiente das restrições formada por vetores linha  $\mathbf{a}_i^T$ ,  $\mathbf{b}$  é o vetor do lado direito com componentes  $b_i$  e  $\mathbf{x}$  é o vetor das variáveis de otimização. A determinação de uma solução viável para este problema requer uma distinção preliminar entre as inequações que representam as restrições. Para um dado ponto  $\mathbf{x}$  é possível distinguir três situações na qual podem estar as mesmas:

- restrições satisfeitas, mas não no limite, isto é,  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} > b_i$ , chamadas restrições inativas;
- restrições satisfeitas e no limite, isto é,  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = b_i$ , chamadas restrições ativas;
- não satisfeitas, isto é,  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} < b_i$ , chamadas restrições violadas.

Em termos gerais duas situações podem ser previstas com relação à solução inicial no problema de otimização exposto na equação 3.1:

- solução inicial viável, isto é,  $\mathbf{x}^0$  tal que  $\mathbf{Ax}^0 \geq \mathbf{b}$ , ou seja,  $\mathbf{x}^0$  para o qual todas as restrições são satisfeitas;

- solução inicial inviável, isto é,  $\mathbf{x}^0$  para o qual existem restrições  $i$  tal que  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^0 < b_i$

Naturalmente, é mais simples resolver o problema representado pela equação 3.1 a partir de uma solução inicial viável. Entretanto, nem sempre é possível se dispor de tal solução. No caso específico do problema de otimização de soluções corretivas, a solução inicial é tal que uma ou várias restrições são violadas.

Nas seções subseqüentes mostram-se os movimentos a partir de uma solução inicial viável com o objetivo de se estabelecer as condições de otimalidade do problema expresso pela equação 3.1. A seguir é apresentado um algoritmo para o caso em que a função objetivo é quadrática, incluindo as observações e procedimentos para relaxação de certas restrições no caso de constatação de impossibilidade de obtenção da solução viável.

## 3.2 O Problema Quadrático

O problema de programação quadrática é um caso especial de otimização com restrições lineares no qual a função objetivo é quadrática, isto é,

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \quad (3.2)$$

onde,  $\mathbf{c}$  é um vetor constante de ordem  $(n \times 1)$  e  $\mathbf{H}$  uma matriz simétrica de ordem  $(n \times n)$ . O problema representado na equação 3.1 pode ser expresso neste

caso por

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \\ & \text{sujeito a } \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (3.3)$$

o qual, para o caso em que  $\mathbf{c} = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{H}$  é a matriz identidade transforma-se em

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{x} \\ & \text{sujeito a } \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Diversos algoritmos têm sido propostos para a solução do problema de programação quadrática expresso na equação 3.4. Em geral estes algoritmos envolvem a definição do conjunto de restrições ativas. Uma análise cuidadosa destes algoritmos mostra várias semelhanças entre eles e as técnicas de Programação Linear. Especificamente, a necessidade de solução inicial viável, a construção de problemas duais, o uso de "tableau", o uso de pivôs, etc [36].

De uma forma ainda mais generalizada, a função objetivo do problema expresso pela equação 3.1 pode ser representada pela forma quadrática

$$f(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \mathbf{y} - \mathbf{f})^T (\mathbf{E} \mathbf{y} - \mathbf{f}) \quad (3.5)$$

onde,  $\mathbf{E}$  é uma matriz constante de ordem  $(m \times n)$ ,  $\mathbf{f}$  é um vetor constante de ordem  $(m \times 1)$  e  $\mathbf{y}$  é um vetor de ordem  $(n \times 1)$  das variáveis sobre as quais a otimização é executada. Neste caso, o problema de minimização da equação 3.1 é dado por

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \frac{1}{2} (\mathbf{E} \mathbf{y} - \mathbf{f})^T (\mathbf{E} \mathbf{y} - \mathbf{f}) \\ & \text{sujeito a } \mathbf{A} \mathbf{y} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (3.6)$$

o qual é chamado “Problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade” [17]. É possível observar que, se  $E$  é a matriz identidade e  $f$  é um vetor nulo, este problema reduz-se a forma mostrada na equação 3.4.

A diferença fundamental entre os algoritmos convencionais de Programação Quadrática e o algoritmo de Mínimos Quadrados cuja aplicação é o tema central deste trabalho, é a não necessidade de solução inicial viável por parte deste último. Na verdade, o ponto de partida para aplicação do algoritmo proposto aqui é uma solução onde uma ou mais restrições são violadas.

### 3.3 Condições de Otimalidade do Problema de Otimização com Restrições Lineares

#### 3.3.1 Movimentos a Partir de um Ponto Inicial Viável

Seja  $x^k$  uma solução viável. Se a  $j$ -ésima restrição é satisfeita neste ponto e inativa, ou seja  $a_j^T x^k > b_j$ , movimentos a partir de  $x^k$  são possíveis em qualquer direção sem violar a restrição considerada. Isto é, para qualquer vetor  $p$ ,  $x^k + \xi p$  será viável para uma escolha adequada de  $|\xi|$ .

Uma restrição ativa, por outro lado, restringe os movimentos a partir de um ponto viável. Se a  $i$ -ésima restrição é tal que  $a_i^T x^k = b_i$ , existem dois tipos de movimento que manterão a restrição viável. Se  $p$  satisfaz

$$a_i^T p = 0 \quad (3.7)$$

a direção  $\mathbf{p}$  corresponde a um movimento ao longo da restrição  $i$ , e esta permanece ativa para todos os pontos  $\mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{p}$  para qualquer  $\alpha$ . Se  $\mathbf{p}$  é tal que  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{p} > 0$ , então

$$\mathbf{a}_i^T (\mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{p}) = b_i + \alpha \mathbf{a}_i^T \mathbf{p} > b_i \quad \text{se} \quad \alpha > 0 \quad (3.8)$$

isto é, a  $i$ -ésima restrição se torna inativa no ponto  $\mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{p}$ . O vetor  $\mathbf{p}$  representa, portanto, um movimento com a direção apontando para o interior da região viável.

### 3.4 Condição de Otimalidade de $\mathbf{x}^*$

Para determinar se o ponto  $\mathbf{x}^*$  é a solução ótima do problema de otimização com restrições de desigualdade lineares, deve-se inicialmente identificar as restrições ativas em  $\mathbf{x}^*$ . Para isto, seja  $\hat{\mathbf{A}}$  uma matriz de ordem  $(t \times n)$  cujas linhas são os coeficientes das restrições ativas em  $\mathbf{x}^*$ . A condição necessária para que  $\mathbf{x}^*$  seja a solução ótima é [17]

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \hat{\mathbf{A}}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (3.9)$$

onde,  $\nabla f(\mathbf{x}^*)$  é o gradiente da função objetivo calculado no ponto  $\mathbf{x}^*$ , e  $\boldsymbol{\lambda}$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange das restrições.

Esta condição assegura que  $f(\cdot)$  é estacionária para todos os movimentos de  $\mathbf{x}^*$  ao longo das restrições ativas. Entretanto, desde que os movimentos a partir de  $\mathbf{x}^*$  direcionados para o interior da região viável correspondem também a soluções viáveis, o ponto  $\mathbf{x}^*$  não será ótimo se houver alguma direção  $\mathbf{p}$  de movimento descendente, isto é, ao longo do qual  $f(\cdot)$  decresça. Para evitar esta possibilidade, é necessário assegurar que, para qualquer vetor  $\mathbf{p}$  satisfazendo  $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{p} \geq 0$ ,

$\nabla^T f(\mathbf{x}^*)\mathbf{p} \geq 0$ . Desde que, pela equação 3.9

$$\nabla^T f(\mathbf{x}^*)\mathbf{p} = \lambda_1 \hat{\mathbf{a}}_1^T \mathbf{p} + \lambda_2 \hat{\mathbf{a}}_2^T \mathbf{p} + \cdots + \lambda_t \hat{\mathbf{a}}_t^T \mathbf{p} \quad (3.10)$$

onde,  $t$  é o número de restrições ativas; a condição desejada é representada por

$$\nabla^T f(\mathbf{x}^*)\mathbf{p} = \lambda_1 \hat{\mathbf{a}}_1^T \mathbf{p} + \lambda_2 \hat{\mathbf{a}}_2^T \mathbf{p} + \cdots + \lambda_t \hat{\mathbf{a}}_t^T \mathbf{p} \geq 0 \quad (3.11)$$

onde,  $\hat{\mathbf{a}}_i^T \mathbf{p} \geq 0, i = 1, 2, \dots, t$

Esta condição é satisfeita somente se  $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, t$ , isto é,  $\mathbf{x}^*$  não será a solução ótima se existirem multiplicadores de Lagrange negativos, pois isto indica que ainda existe alguma direção ao longo da qual é possível reduzir o valor da função objetivo.

Para se estabelecer o conjunto total de condições de otimalidade para o problema quadrático definido pela equação 3.3, deve-se fazer a imposição adicional de que as  $t$  linhas da matriz  $\hat{\mathbf{A}}$  sejam linearmente independentes. Seja também a matriz  $\mathbf{Z}$  é cujas colunas formam uma base para o conjunto de vetores ortogonais às linhas de  $\hat{\mathbf{A}}$ . Neste caso, cada vetor  $\mathbf{p}$ , tal que  $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{p} = 0$ , pode portanto ser escrito como uma combinação linear das colunas de  $\mathbf{Z}$ , isto é,  $\mathbf{p} = \mathbf{Z}\mathbf{p}_z$  onde,  $\mathbf{p}_z$  é um vetor arbitrário. A expansão da função  $f(\mathbf{x})$  no ponto  $\mathbf{x}^*$  ao longo da direção  $\mathbf{p}$  (para a qual  $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{p} = 0$  e  $\mathbf{p} = \mathbf{Z}\mathbf{p}_z$ ) é dada por

$$f(\mathbf{x}^* + \xi \mathbf{Z}\mathbf{p}_z) = f(\mathbf{x}^*) + \xi \mathbf{p}_z^T \mathbf{Z}^T \nabla f(\mathbf{x}^*) + \frac{1}{2} \xi^2 \mathbf{p}_z^T \mathbf{Z}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}^*) \mathbf{Z} \mathbf{p}_z \quad (3.12)$$

onde,  $\mathbf{G}(\mathbf{x}^*)$  é a matriz de segundas derivadas de  $f(\cdot)$  calculada em  $\mathbf{x}^*$ . A análise desta equação mostra que uma condição adicional para que  $\mathbf{x}^*$  seja a

solução ótima é que a matriz  $\mathbf{Z}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}^*) \mathbf{Z}$  seja positiva definida, pois neste caso  $\frac{1}{2} \xi^2 \mathbf{p}_z^T \mathbf{Z}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}^*) \mathbf{Z} \mathbf{p}_z \geq 0$  para qualquer  $\mathbf{p}$ , isto é, não há direção ao longo da qual o valor da função objetivo possa ser reduzido. Portanto, as condições de otimalidade para o problema de otimização expresso pela equação 3.1 podem ser sumarizadas como:

1.  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^* > b_i$ , para as restrições inativas e  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^* = b_i$ , para as restrições ativas;
2.  $\nabla f(\mathbf{x}^*) = \hat{\mathbf{A}}^T \lambda$ , onde,  $\hat{\mathbf{A}}$  corresponde as restrições ativas;
3.  $\lambda \geq 0$  para as restrições ativas;
4.  $\mathbf{Z}^T \mathbf{G}(\mathbf{x}^*) \mathbf{Z}$  positiva definida.

Essas condições são chamadas “Condições de Kuhn-Tucker” para o problema de otimização com restrições lineares expresso em 3.1. É comum ainda, atribuir multiplicadores de Lagrange nulos às restrições inativas, tal que a condição 3 poderia ser expressa de forma generalizada por:

- $\lambda_i > 0$  para restrições ativas
- $\lambda_i = 0$  para restrições inativas

### 3.5 Solução do Problema Quadrático a Partir de uma Solução Inviável

A caracterização de uma solução para o problema de Mínimos Quadrados com restrições de desigualdade é baseada nas condições de otimalidade (Kuhn-Tucker)



derivadas na seção anterior. O algoritmo para obtenção de uma solução ótima envolve basicamente dois estágios:

- a solução de um problema de mínimos quadrados com restrições de não negatividade;
- a normalização adequada do vetor solução do problema anterior.

Estes dois estágios são descritos nas seções subseqüentes.

### 3.5.1 O Problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Não-Negatividade

Este tipo de problema é uma particularização daquele representado pela equação

3.6. Neste caso,  $\mathbf{A}$  é uma matriz identidade e  $\mathbf{b}$  é um vetor nulo. O problema portanto pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & \frac{1}{2}(\mathbf{Eu} - \mathbf{f})^T(\mathbf{Eu} - \mathbf{f}) = f(\mathbf{u}) \\ \text{sujeito a } & \mathbf{Iu} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{3.13}$$

onde,  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade, e  $\mathbf{u}$  é o vetor das variáveis sobre as quais é realizada a otimização. Diversos métodos podem ser aplicados para resolver o problema expresso pela equação 3.13. Destes, um dos mais simples consiste em utilizar o negativo da direção fornecida pelo vetor gradiente como direção de busca. Neste caso a solução do problema é obtida construindo-se inicialmente a função Lagrangeana.

$$\mathcal{L}(\mathbf{u}, \lambda) = \frac{1}{2}(\mathbf{Eu} - \mathbf{f})^T(\mathbf{Eu} - \mathbf{f}) - \lambda^T \mathbf{u} \tag{3.14}$$

onde,  $\lambda$  é convencionalmente chamado “vetor das variáveis duais”, e aplicando-se a condição de necessidade para ponto estacionário. Denotando por  $\mathbf{r}$  o vetor dos resíduos isto é,  $\mathbf{r} = \mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f}$ , a condição de ponto estacionário fornece

$$\lambda = \mathbf{E}^T \mathbf{r} = \nabla f(\mathbf{u}) \quad (3.15)$$

Quando a solução ótima é encontrada, denotando por  $\nabla_i f(\mathbf{u})$  a  $i$ -ésima componente do vetor gradiente, e  $u_i$  a  $i$ -ésima componente do vetor  $\mathbf{u}$

- $\lambda_i = 0$ , se  $u_i > 0$  ( $\nabla_i f(\mathbf{u}) = 0$ )
- $\lambda_i > 0$ , se  $u_i = 0$  ( $\nabla_i f(\mathbf{u}) > 0$ )

o que corresponde a dizer que:

- para as variáveis no interior da região viável ( $u_i > 0$ ) não há direção ao longo da qual a função objetivo tenha o seu valor reduzido em virtude da condição ( $\nabla_i f(\mathbf{u}) = \lambda_i = 0$ )
- para as variáveis no limite da região viável ( $u_i = 0$ ), a única direção ao longo da qual poderia haver decréscimo do valor da função objetivo é o sentido do vetor  $-\nabla_i f(\mathbf{u})$ . Porém nesta direção a  $i$ -ésima componente do vetor  $\mathbf{u}$  tem novo valor igual a  $u_i - \alpha \nabla_i f(\mathbf{u})$  (para  $0 \leq \alpha \leq 1.0$ ), o que implicaria em valor negativo para  $u_i$  desde que  $\nabla_i f(\mathbf{u}) > 0$  e portanto em movimento para o exterior da região viável, o que não é permitido.

Estas afirmações são, em resumo, uma consequência da aplicação das condições de Kuhn-Tucker de otimalidade para o problema geral estabelecido pela equação 3.1.

### 3.5.2 Algoritmo Para Solução do Problema com Restrições de Não-Negatividade

A solução do problema de otimização apresentado na seção anterior pode ser obtida aplicando-se o algoritmo descrito na referência [17], o qual pode ser sumariizado nos seguintes passos:

1. Especificar  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  e um conjunto vazio de índices  $\mathbf{P}$ ;
2. Calcular o negativo do vetor gradiente  $\mathbf{w} = \mathbf{E}^T(\mathbf{f} - \mathbf{E}\mathbf{x})$ ;
3. Se todos os componentes do vetor  $\mathbf{w}$  forem menores ou iguais a zero encerrar o processo; caso contrário, prosseguir ao próximo passo;
4. Incluir no conjunto  $\mathbf{P}$  o índice correspondente ao maior componente de  $\mathbf{w}$ ;
5. Formar a submatriz  $\mathbf{E}_P$  com as colunas de  $\mathbf{E}$ , correspondentes aos índices pertencentes ao conjunto  $\mathbf{P}$ ;
6. Resolver o problema  $\mathbf{E}_P \mathbf{z} \approx \mathbf{f}$ ;
7. Se todos os componentes de  $\mathbf{z}$  forem maiores que zero, fazer  $\mathbf{x} = \mathbf{z}$  e retornar ao passo 2;
8. Calcular o mínimo  $\alpha = x_j / (x_j - z_j)$  para todo  $j$  pertencente a  $\mathbf{P}$ ;
9. Fazer  $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \alpha(\mathbf{z} - \mathbf{x})$ ;
10. Retirar do conjunto  $\mathbf{P}$  todos os índices  $j$  em que  $x_j = 0$  e retornar ao passo 5.

No passo 1 especifica-se uma solução inicial ( $x = 0$ ) e parte-se de um conjunto vazio de índices  $P$ . Este conjunto armazena os índices  $j$  tal que  $x_j > 0$ . No passo 2 calcula-se o negativo do vetor gradiente o qual, no caso particular deste problema, corresponde ao negativo do vetor dos multiplicadores de Lagrange (ver expressão 3.15). Conseqüentemente, o passo 3 pode ser interpretado como uma verificação das condições de Kunh-Tucker. Isto é, o processo é encerrado se  $\lambda \geq 0$ , ou seja para um vetor solução não-negativo. Se esta condição não for verificada, no passo 4 inclui-se no conjunto  $P$  o índice correspondente ao maior componente (positivo) do vetor  $w$ . Este componente está associado a restrição  $x_j > 0$  mais violada na solução corrente. No passo 5 forma-se a submatriz  $E_P$ , constituída pelas colunas da matriz  $E$  correspondentes aos índices do conjunto  $P$ , para que no passo 6 resolva-se o sistema linear  $E_P z \approx f$ . Este sistema de equações não é representado por uma igualdade, desde que normalmente ele será subdeterminado ou sobredeterminado, o que dependerá do número de restrições indicadas pelos índices do conjunto  $P$  e da dimensão do vetor solução. No passo 7 verifica-se a condição de não-negatividade. Se esta for satisfeita retorna-se o passo 2. Se existirem componentes do vetor  $z$  negativos, no passo 8 calcula-se um mínimo escalar  $\alpha$  de forma que todos os componentes do vetor solução  $x$  se tornem maiores ou iguais a zero. No passo 10 exclui-se do conjunto  $P$  os índices  $j$  tais que  $x_j = 0$ , pois uma restrição no limite implica em  $\lambda_j > 0$  (ou  $w_j < 0$ ), o que não satisfaz a condição requerida para  $j$  pertencer ao conjunto  $P$ ; e retorna-se ao passo 5. Observa-se que os passos de 5 a 10 constituem uma malha secundária na qual a saída depende de que a condição do passo 7 seja satisfeita.

Observa-se ainda, que a determinação da solução do problema de mínima norma (não-negativo) através deste algoritmo possui duas características básicas:

1. as restrições que estão fora da região viável são processadas individualmente;
2. sempre se determina uma solução não-negativa.

A maior dificuldade deste algoritmo sob o ponto de vista computacional está relacionada à solução do sistema linear do passo 6. Este sistema possui ordem variável ao longo das iterações, podendo ser subdeterminado, determinado ou sobredeterminado. Neste trabalho, tal sistema foi resolvido utilizando-se a técnica recomendada na referência [17], a qual é baseada na aplicação das transformações ortogonais baseadas nas reflexões de Householder.

### 3.5.3 O Problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade

A solução do problema

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} \quad \mathbf{x}^T \mathbf{x} \\ &\text{sujeito a} \quad \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \tag{3.16}$$

onde,  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{b}$  são vetores  $n$  e  $m$  dimensionais, respectivamente, e  $\mathbf{A}$  é uma matriz de ordem  $(m \times n)$ , pode ser obtida através de uma conveniente normalização do vetor dos resíduos obtido como solução de um problema semelhante ao mostrado na seção anterior [17]. O problema de otimização com restrições de não negatividade

resultante é representado como:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} \quad \frac{1}{2}(\mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f})^T(\mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f}) \\ & \text{sujeito a} \quad \mathbf{u} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde, o vetor  $\mathbf{u}$  tem dimensão  $(m \times 1)$ ; e a matriz  $\mathbf{E}$  de dimensão  $[(n + 1) \times m]$ ; e o vetor coluna  $\mathbf{f}$ , tem dimensão  $(n + 1)$ . Os dois últimos são dados por:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{b}^T \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Conforme estabelecido na seção anterior, na solução ótima do problema expresso em 3.17, o vetor das variáveis duais é dado por

$$\lambda = \mathbf{E}^T(\mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f}) \geq 0 \quad (3.19)$$

ou, em termos do vetor dos resíduos  $\mathbf{r}$  (de dimensão  $m + 1$ , neste caso) definido anteriormente,

$$\mathbf{E}^T \mathbf{r} \geq 0 \quad (3.20)$$

o que pode ser escrito como

$$\left[ \mathbf{A} \mid \mathbf{b} \right] \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_m \\ r_{m+1} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.21)$$

ou

$$\mathbf{A}\bar{\mathbf{r}} + \mathbf{b}r_{m+1} \geq 0 \quad (3.22)$$

onde,

$$\bar{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_m \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

A equação 3.22 pode ser reescrita dividindo-se ambos os lados por  $-r_{m+1}$ . Isto fornece,

$$\mathbf{A}\bar{\mathbf{r}}(-r_{m+1})^{-1} - \mathbf{b} \geq 0 \quad (3.24)$$

resultando finalmente em

$$\mathbf{A}\bar{\mathbf{r}}(-r_{m+1})^{-1} \geq \mathbf{b} \quad (3.25)$$

comparando-se a equação 3.25 com sistema de equações lineares que representa o conjunto de restrições de desigualdade no problema da equação 3.16, observa-se que é possível definir a solução do problema de Mínimos Quadrados original da equação 3.16 como:

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{r}}(-r_{n+1})^{-1} \quad (3.26)$$

o que resulta em

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b} \quad (3.27)$$

que corresponde ao conjunto original de restrições de desigualdade. As equações 3.17 a 3.27 demonstram, portanto, que o problema representado na equação 3.16 pode ser resolvido normalizando-se convenientemente a solução de um problema de mínimos quadrados com restrições de não negatividade.

### 3.5.4 Solução Inviável

A equação 3.26 estabelece que o vetor solução do problema original pode ser obtido a partir do vetor dos resíduos do problema de otimização com restrições de não negatividade relacionado.

Tomando-se o vetor dos resíduos

$$\mathbf{r} = \mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f} \quad (3.28)$$

e considerando-se as definições de  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{f}$ , é possível re-escrever  $\mathbf{r}$  como

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{u} \\ \mathbf{b}^T \mathbf{u} - 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

e, portanto, o último componente dos resíduos é dado por

$$\mathbf{r}_{m+1} = \mathbf{b}^T \mathbf{u} - 1 \quad (3.30)$$

Por outro lado, a análise da função objetivo do problema de mínimos quadrados com restrições de não negatividade revela que

$$f(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(\mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f})^T(\mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f}) = \frac{1}{2}\mathbf{r}^T(\mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{f}) \quad (3.31)$$

ou

$$f(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(\mathbf{r}^T \mathbf{E}\mathbf{u} - \mathbf{r}^T \mathbf{f}) \quad (3.32)$$

Entretanto, de acordo com a equação 3.15

$$\mathbf{r}^T \mathbf{E}\mathbf{u} = \nabla^T f(\mathbf{u})\mathbf{u} \quad (3.33)$$



e, com base na definição do vetor  $\mathbf{f}$

$$\mathbf{r}^T \mathbf{f} = r_{m+1} \quad (3.34)$$

o que fornece para a equação 3.32

$$f(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{r}\|^2 = \frac{1}{2} (\nabla^T f(\mathbf{u}) \mathbf{u} - r_{m+1}) \quad (3.35)$$

Porém, desde que a condição de otimalidade estabelece que

- $\nabla_i f(\mathbf{u}) = 0$  para  $u_i > 0$
- $\nabla_i f(\mathbf{u}) > 0$  para  $u_i = 0$

o produto  $\nabla^T f(\mathbf{u}) \mathbf{u}$  é igual a zero na solução ótima, e portanto

$$\|\mathbf{r}\|^2 = -r_{m+1} \quad (3.36)$$

A análise das equações 3.26, 3.30 e 3.36 permite as seguintes observações:

1. Existe solução viável para o problema original de mínimos quadrados com restrição de desigualdade expresso na equação 3.6, apenas se  $\|\mathbf{r}\| \neq 0$ ;
2. No caso de solução viável,  $(\mathbf{b}^T \mathbf{u} - 1) = r_{m+1} \neq 0$  tal que duas situações podem ser previstas:
  - conjunto completo de restrições de não negatividade no limite, ou seja,  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ . Isto implica em  $\mathbf{b}^T \mathbf{u} = 0$  e  $r_{m+1} = -\|\mathbf{r}\|^2 = -1$ , o que por comparação com os multiplicadores de Lagrange do problema original revela que não há nenhuma restrição  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} \geq b_i$  no limite.

- apenas algumas restrições de não negatividade no limite isto é  $u \geq 0$ .  
Neste caso,  $b^T u \neq 0$  e  $0 > r_{m+1} = b^T u - 1 > -1$ . Comparando-se o vetor  $u$  com os multiplicadores de Lagrange do problema de otimização original observa-se que para cada  $u_i > 0$  corresponde uma restrição  $a_i^T x \geq b_i$  no limite.

3. Se  $r_{m+1} = -\|r\|^2 = 0$ , não é possível obter solução viável para o problema de mínimos quadrados com restrições de desigualdade, o que indica a presença de restrições conflitantes.

### 3.5.5 Relaxação

No caso da impossibilidade de obtenção de solução viável,

$$r_{m+1} = -\|r\|^2 = 0 \quad (3.37)$$

ou, alternativamente

$$b^T u = 1 \quad (3.38)$$

Os casos-limite, correspondem à solução viável sem restrições no limite ( $b^T u = 0$ ) e solução inviável ( $b^T u = 1$ ). Estes, em conjunto com as condições intermediárias, podem ser sumarizados pela equação

$$0 \leq b^T u \leq 1 \quad (3.39)$$

Se uma condição de inviabilidade é detectada, isto é, se  $b^T u = 1$ , um procedimento alternativo consiste em relaxar as restrições críticas (indicadas por  $u_i > 0$ ) e

determinar uma solução “viável” dentro destas condições. Para que a relaxação nas restrições seja mínima, busca-se reduzir  $\mathbf{b}^T \mathbf{u}$ , o qual deve ser o mais próximo possível do valor de 1.0, porém menor. Isto resultará no menor deslocamento da solução corrente no sentido de uma solução “viável”, porém com restrições relaxadas. Analiticamente, este procedimento pode ser sumarizado no seguinte problema de otimização.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} \quad \Delta \mathbf{b}^T \Delta \mathbf{b} \\ & \text{sujeito a} \quad \Delta \mathbf{b}^T \mathbf{u} < 0 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Neste problema, a restrição expressa pela inequação representa um conjunto aberto, o que impossibilita a sua solução. Para contornar esta dificuldade estabelece-se um limite através do qual é possível transformar a restrição de desigualdade em

$$\Delta \mathbf{b}^T \mathbf{u} \leq \xi \tag{3.41}$$

onde,  $\xi \leq 0$  é um escalar pré-fixado. Desde que para as restrições não críticas  $u_i = 0$ , a solução deste problema fornecerá os incrementos de relaxação  $\Delta h_i$  apenas para as restrições no limite, o que propiciará a determinação da solução alternativa.

## Capítulo 4

# Metodologia Proposta

Apresenta-se neste capítulo a aplicação da técnica de mínimos quadrados com restrições de desigualdade na determinação de soluções corretivas em sistemas de potência. Inicialmente descreve-se a aplicação em termos de função objetivo, variáveis de controle e linearização das restrições sob o ponto de vista global do problema de controle corretivo. Definem-se em seguida os estágios da solução que decompõem o problema em dois subproblemas (um associado à correção de fluxos de potência ativa e outro à correção da magnitude da tensão e potência reativa gerada) para os quais apresenta-se a formulação da função objetivo e das variáveis de controle, assim como a forma de linearização das restrições.

Descreve-se também duas estratégias que exploram características particulares do sistema elétrico visando resolver o problema de forma mais rápida e eficiente. A primeira propõe um critério de eliminação de elementos não significativos da matriz de sensibilidade, com o objetivo de torná-la esparsa. A segunda consiste

em efetuar uma seleção de controles e restrições visando reduzir as dimensões da matriz de coeficientes das restrições e priorizar o uso de controles mais adequados para corrigir determinadas violações.

## 4.1 Problema Global do Controle Corretivo

### 4.1.1 Função Objetivo

Conforme visto nas seções precedentes, a forma geral do problema de mínimos quadrados com restrições de desigualdade é expressa por

$$\begin{aligned} & \textit{Minimize} \quad \mathbf{x}^T \mathbf{x} \\ & \textit{sujeito a} \quad \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde,  $\mathbf{x}$  é o vetor das variáveis de otimização de dimensão  $(n \times 1)$ , cuja norma deseja-se minimizar,  $\mathbf{A}$  é a matriz de restrições de dimensão  $(m \times n)$  e  $\mathbf{b}$  o vetor do lado direito, de dimensão  $(m \times 1)$ .

O ponto de operação em regime permanente de um sistema de potência, para cada condição de carga, é determinado durante o estágio de planejamento da operação. Este ponto pode requerer modificações em virtude de eventos previstos (tais como saída de equipamentos para manutenção, etc ...), ou imprevistos (contingências por exemplo). Desde que em geral o ponto de operação definido nos estudos de planejamento é determinado com base em condições de segurança e economia, as mudanças requeridas durante a operação efetiva devem ser mínimas

de forma a assegurar uma operação ainda dentro do que foi previamente estabelecido como um ponto “razoável” de operação. Neste sentido é razoável supor que quando se determina uma solução corretiva, explicitamente tenta-se executar esta tarefa minimizando os desvios atribuídos às variáveis de controle em relação ao ponto de operação pré-especificado. Em termos analíticos isto pode ser expresso como um problema de otimização no qual minimiza-se a somatória dos valores pré-especificados das variáveis de controle, de forma que todas as restrições operacionais sejam satisfeitas.

Supondo a existência de  $n$  controles e  $m$  restrições operacionais, pode-se expressar analiticamente o problema de controle corretivo com auxílio do seguinte problema de mínimos quadrados

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad \Delta \mathbf{u}^T \Delta \mathbf{u} \\ & \text{sujeito a} \quad \mathbf{S}_{xu} \Delta \mathbf{u} \geq \mathbf{b}_d \\ & \quad \quad \quad \mathbf{S}_{du} \Delta \mathbf{u} \geq \mathbf{b}_u \end{aligned} \tag{4.2}$$

onde,  $\Delta \mathbf{u}$  é o vetor de dimensão  $(n \times 1)$  dos incrementos nas variáveis de controles;  $\mathbf{S}_{xu}$  é a matriz  $(2m \times n)$  das restrições operacionais linearizadas;  $\mathbf{S}_{du}$  é a uma matriz de ordem  $(2n \times n)$  das restrições correspondentes aos limites das variáveis de controle.

Deve ser observado que o problema de mínimos quadrados leva em consideração restrições somente do tipo maior ou igual. Conseqüentemente para cada restrição operacional correspondem duas linhas na matriz de coeficientes das restrições, uma relativa ao limite inferior e outra ao limite superior de cada variável. Logo,  $\mathbf{b}_d$  e  $\mathbf{b}_c$  são vetores de dimensão  $(2m \times 1)$  e  $(2n \times 1)$ , respectivamente,

possuindo para cada restrição correspondente às variáveis dependentes os componentes  $x_i^{min} - x_i$  e  $x_i - x_i^{max}$ , e para cada variável de controle  $u_i^{min} - u_i$  e  $u_i - u_i^{max}$ .

### 4.1.2 Variáveis de Controle

Um aspecto muito importante do problema de despacho corretivo é a definição das variáveis de controle que devem ser utilizadas para corrigir as eventuais violações nas variáveis do sistema elétrico. Sob o ponto de vista global, os seguintes controles estão disponíveis no sistema elétrico:

- geração de potência ativa;
- geração de potência reativa;
- injeções “shunt” de potência reativa (compensadores capacitivos ou indutivos);
- magnitude da tensão nas barras de tensão controlada;
- “taps” de transformadores em fase;
- “taps” de transformadores defasadores;
- mudança da topologia da rede (chaveamentos das linhas de transmissão e transformadores);
- fluxo de potência em elos de corrente contínua;

- corte de carga;

A escolha do tipo de variável de controle a ser utilizada depende de vários fatores como por exemplo: prioridades pré-estabelecidas no uso de certos controles, tipo de variáveis fora dos limites e tipo de aplicação do controle corretivo, etc.

### 4.1.3 Linearização das Restrições

Conforme foi apresentado no capítulo 2, uma das grandes dificuldades na obtenção de soluções corretivas está associada à não-linearidade da relação entre as variáveis dependentes e as variáveis de controle. Todavia, é bem conhecido o fato de que relações lineares podem ser obtidas expandindo-se as equações não-lineares do fluxo de potência em série de Taylor até o termo de primeira ordem, em torno de uma vizinhança de uma solução inicial. Descreve-se a seguir a forma analítica deste processo de linearização.

Dada uma solução inicial  $g(x^0, u^0) = 0$ , a expansão em série de Taylor na vizinhança do ponto  $(x^0, u^0)$  e na direção dos vetores  $(\Delta x, \Delta u)$  até o termo de primeira ordem fornece

$$g(x^0 + \Delta x, u^0 + \Delta u) = g(x^0, u^0) + \left. \frac{\partial g^T(x, u)}{\partial x} \right|_{(x^0, u^0)} \Delta x + \left. \frac{\partial g^T(x, u)}{\partial u} \right|_{(x^0, u^0)} \Delta u \quad (4.3)$$

Desde que as equações do balanço de potência devem ser satisfeitas no novo ponto de operação, isto é,  $g(x^0 + \Delta x, u^0 + \Delta u) = 0$ , obtém-se a seguinte relação

$$\left. \frac{\partial g^T(x, u)}{\partial x} \right|_{(x^0, u^0)} \Delta x + \left. \frac{\partial g^T(x, u)}{\partial u} \right|_{(x^0, u^0)} \Delta u = 0 \quad (4.4)$$



de onde resulta a equação

$$\Delta \mathbf{x} = - \left[ \frac{\partial \mathbf{g}^T(\mathbf{x}^0, \mathbf{u}^0)}{\partial \mathbf{x}} \right]^{-1} \times \left[ \frac{\partial \mathbf{g}^T(\mathbf{x}^0, \mathbf{u}^0)}{\partial \mathbf{u}} \right] \Delta \mathbf{u} \quad (4.5)$$

ou, na forma compacta,

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{J}_{fp}^{-1} \times \mathbf{S}_{su} \times \Delta \mathbf{u} \quad (4.6)$$

onde,  $\Delta \mathbf{x} = [\Delta \theta_{PV}^T \ \Delta \theta_{PQ}^T \ \Delta \mathbf{V}_{PQ}^T]^T$  é o vetor de incrementos nas variáveis dependentes;  $\Delta \theta_{PV}$  e  $\Delta \theta_{PQ}$  são os vetores de incrementos nos ângulos das tensões das barras PV e PQ respectivamente;  $\Delta \mathbf{V}_{PQ}$  é o vetor de incrementos correspondentes as magnitudes de tensão das barras de carga;  $\mathbf{J}_{fp}$  é a matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional, isto é,

$$\mathbf{J}_{fp} = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{P}_{PV} / \partial \theta_{PV} & \partial \mathbf{P}_{PV} / \partial \theta_{PQ} & \partial \mathbf{P}_{PV} / \partial \mathbf{V}_{PQ} \\ \partial \mathbf{P}_{PQ} / \partial \theta_{PV} & \partial \mathbf{P}_{PQ} / \partial \theta_{PQ} & \partial \mathbf{P}_{PQ} / \partial \mathbf{V}_{PQ} \\ \partial \mathbf{Q}_{PQ} / \partial \theta_{PV} & \partial \mathbf{Q}_{PQ} / \partial \theta_{PQ} & \partial \mathbf{Q}_{PQ} / \partial \mathbf{V}_{PQ} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

e  $\mathbf{S}_{su}$  representa a relação de sensibilidade entre as variações das injeções de potência das barras PV e PQ com as variações das variáveis de controle  $\mathbf{u}$ , ou seja,

$$\mathbf{S}_{su} = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{P}_{PV} / \partial \mathbf{u} \\ \partial \mathbf{P}_{PQ} / \partial \mathbf{u} \\ \partial \mathbf{Q}_{PQ} / \partial \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Deve ser observado que, após a solução das equações da rede ( $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0}$ ) através do método de Newton-Raphson, a matriz  $\mathbf{J}_{fp}$  está disponível na forma fatorada. Logo, o cálculo da sensibilidade expressa pela equação 4.6 consiste somente em uma série de aplicações do processo de substituição direta-inversa e de produtos matriciais.

## 4.2 Estágios da Solução

Propõe-se neste trabalho a monitoração nos fluxos de potência ativa nas linhas de transmissão e transformadores, assim como o controle da magnitude da tensão nas barras de carga e da potência reativa gerada. Rigorosamente deveria-se obter um modelo linearizado completo que relacionasse as variáveis dependentes a todas as variáveis de controle. Entretanto, principalmente nos sistemas com alto nível de tensão, é possível explorar o desacoplamento entre as malhas potência ativa - ângulo das tensões ( $P\theta$ ) e potência reativa - magnitude das tensões ( $QV$ ), decompondo o problema em dois subproblemas: um correspondente ao alívio de sobrecargas de fluxo de potência ativa e outro relativo ao controle de tensão e potência reativa gerada. A estratégia de solução adotada aqui para resolver o problema completo do despacho corretivo é sumarizada a seguir:

1. Determinar a solução do fluxo de potência via método de Newton-Raphson;
2. Verificar a existência de violações. Se somente houver fluxos de potência ativa fora dos limites, executar o passo 3 e retornar para o passo 1. Se somente tensões ou potências reativas geradas estiverem fora dos limites executar o passo 4 e retornar ao passo 1. Se existirem violações em tensões e fluxos de potência executar os passos 3 e 4, e retornar ao passo 1. Se não existirem violações de nenhum tipo, encerrar o processo;
3. Linearizar as restrições e calcular o mínimo ajuste nos dispositivos de controle de fluxos de potência ativa

4. Linearizar as restrições e calcular o mínimo ajuste nos dispositivos de controle de tensão/potência reativa;

Observa-se que, no caso da existência de violações simultâneas, os passos 3 e 4 são executados antes de um novo cálculo do fluxo de potência. Naturalmente é suposto que:

- os subproblemas considerados são suficientemente desacoplados;
- as correções são executadas dentro da região de validade do modelo linear.

Cada um dos passos 3 e 4 envolve a solução de um problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade. É durante este estágio que a situação onde a inexistência de soluções inteiramente viáveis (isto é, com todas as restrições satisfeitas na forma original) pode ser detectada, o que é feito com base nas equações lineares que representam as restrições. Cada vez que isto ocorre, é ainda possível obter uma solução aceitável sob certas condições. Isto pode ser feito utilizando-se o procedimento de relaxações de restrições conflitantes descrito na seção 3.5.5. Desde que as restrições nas variáveis de controle representam os limites físicos dos equipamentos, os quais devem ser considerados de uma forma mais rígida, apenas restrições correspondentes às variáveis dependentes são relaxadas.

## **4.3 O Controle Corretivo dos Fluxos dos Potência Ativa**

### **4.3.1 Variáveis de Controle**

O controle de fluxo de potência ativa em linhas de transmissão e transformadores, pode ser feito via redespacho de geração de potência ativa, mudança de “taps” de transformadores defasadores, corte de carga e controle de fluxo de potência ativa em elos de corrente contínua. Devido a:

- não existência de transformadores defasadores nos sistemas brasileiros;
- existência de apenas um elo de corrente contínua nos sistemas brasileiros;
- o corte de carga ser considerado uma medida a ser adotada somente em casos de emergência;

adota-se neste trabalho a potência ativa dos geradores como o único tipo de variável de controle utilizada na monitoração dos fluxos de potência.

### **4.3.2 Função Objetivo**

Uma vez definida a potência ativa gerada como a variável de controle para o problema de monitoração dos fluxos de potência nas linhas de transmissão, o objetivo do problema pode ser expresso em termos da minimização do somatório dos desvios quadráticos de potência ativa em relação a um ponto inicial. Esta minimização é executada considerando que ao final do processo todos os fluxos

de potência ativa devem estar dentro dos limites. Observe-se também, que a potência ativa gerada na barra de folga é uma variável cujos limites devem ser respeitados.

Analiticamente o problema pode ser expresso por

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad \Delta \mathbf{P}_G^T \Delta \mathbf{P}_G \\ & \text{sujeito a} \quad \mathbf{S}_{tp} \Delta \mathbf{P}_G \geq \Delta \mathbf{t}^{lim} \\ & \quad \quad \quad \mathbf{S}_{pp} \Delta \mathbf{P}_G \geq \Delta \mathbf{P}_G^{lim} \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde,  $\Delta \mathbf{P}_G$  é o vetor dos incrementos de potência ativa;  $\mathbf{S}_{tp}$  é a matriz de sensibilidade dos fluxos de potência ativa em relação as potências ativas geradas;  $\Delta \mathbf{t}^{lim}$  representa o vetor de desvios dos fluxos correntes em relação aos limites mínimos e máximos dos fluxos de potência ativa;  $\mathbf{S}_{pp}$  representa a sensibilidade das potências ativas geradas em relação a suas próprias variações;  $\Delta \mathbf{P}_G^{lim}$  é um vetor constituído dos limites nos incrementos de potência ativa gerada com componentes iguais a  $(P_{Gi}^{min} - P_{Gi})$  e  $(P_{Gi} - P_{Gi}^{max})$ . Os componentes deste último vetor representam os incrementos possíveis de potência ativa nas barras de geração em direção ao mínimo e máximo respectivamente. Com exceção da potência ativa gerada pela barra de folga, consideram-se as potências ativas geradas nas demais barras como variáveis independentes entre si.

### 4.3.3 Linearização das Restrições

#### 4.3.3.1 Fluxos de Potência Ativa

Os fluxos de potência ativa (aqui denotados pelo vetor  $\mathbf{t}$ ) são variáveis que dependem da magnitude e do ângulo das tensões nodais (representados pelo vetor  $\mathbf{x}$ ). Ou seja, o vetor dos fluxos de potência ativa pode ser expresso como um vetor de funções não lineares das tensões complexas nas barras, isto é  $\mathbf{t}=\mathbf{f}(\mathbf{x})$ . Expandindo estas equações em série de Taylor em torno do ponto  $\mathbf{x}$  e ao longo do vetor  $\Delta\mathbf{x}$  obtém-se

$$\Delta\mathbf{t} = [\partial\mathbf{f}(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x}]^T \times \Delta\mathbf{x} \quad (4.10)$$

onde,  $[\partial\mathbf{f}(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x}]$  é a matriz de primeira derivada dos fluxos de potência em relação a magnitude e ângulo das tensões, isto é,

$$[\partial\mathbf{f}(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x}] = \left[ \begin{array}{c|c|c} \frac{\partial\mathbf{t}}{\partial\Delta\theta_{PV}}^T & \frac{\partial\mathbf{t}}{\partial\Delta\theta_{PQ}}^T & \frac{\partial\mathbf{t}}{\partial\Delta\mathbf{V}_{PQ}}^T \end{array} \right]^T \quad (4.11)$$

Deve ser observado que a relação entre os vetores  $\Delta\mathbf{x}$  e  $\Delta\mathbf{u}$  é aquela representada pela equação 4.6. Logo, substituindo esta relação na equação 4.10 obtém-se

$$\Delta\mathbf{t} = \{ -[\partial\mathbf{f}(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x}]^T \times \mathbf{J}_{fp}^{-1} \times \mathbf{S}_{su} \} \times \Delta\mathbf{u} \quad (4.12)$$

ou, em forma compacta

$$\Delta\mathbf{t} = \mathbf{S}_{tP} \times \Delta\mathbf{u} \quad (4.13)$$

onde,  $\mathbf{S}_{tP}$  é a matriz de sensibilidade entre os fluxos de potência ativa e a potência ativa gerada.

#### 4.3.3.2 Geração de Potência Ativa

Estas restrições são formuladas supondo que a potência ativa gerada pelas barras  $PV$  é uma variável independente. Isto implica em que o único elemento não nulo na linha que representa a restrição é a sensibilidade da potência ativa da barra  $PV$  com respeito a sua própria variação, a qual é igual a 1.0.

A restrição correspondente à potência ativa gerada na barra de folga é modelada observando que esta variável é uma função das variáveis dependentes, isto é,  $P_{Gfolga}^k = h(\mathbf{x})$ . De forma análoga ao cálculo da sensibilidade dos fluxos de potência ativa, expandindo esta equação em série de Taylor em torno do ponto  $\mathbf{x}$  e ao longo do vetor  $\Delta\mathbf{x}$ , e substituindo  $\Delta\mathbf{x}$  pela equação 4.6 obtém-se

$$\Delta P_{Gfolga} = [\partial h(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}]^T \times \mathbf{J}_{fp}^{-1} \times \mathbf{S}_{su} \times \Delta \mathbf{u} \quad (4.14)$$

onde,  $[\partial h(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}]$  é o vetor de primeira derivada da barra da potência ativa da barra de folga em relação à magnitude e ângulo das tensões. Denotando

$$\mathbf{s}_{pp} = [\partial h(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}]^T \times \mathbf{J}_{fp}^{-1} \times \mathbf{S}_{su}$$

a equação anterior pode ser representada por

$$\Delta P_{Gfolga} = \mathbf{s}_{pp} \times \Delta \mathbf{u} \quad (4.15)$$

onde,  $\mathbf{s}_{pp}$  é o vetor de sensibilidade dos incrementos de potência ativa na barra de folga em relação às alterações de potência ativa nas barras  $PV$ .

## 4.4 Controle Corretivo de Potência Reativa-Tensão

### 4.4.1 Variáveis de Controle

Os controles mais apropriados para sofrerem modificações no sentido de que eventuais violações nos limites da magnitude da tensão sejam eliminadas são: geração de potência reativa, tensão terminal dos geradores, “taps” dos transformadores, injeções “shunt” de potência reativa. mudança da topologia da rede e corte de carga. Isto constitui um grupo demasiadamente grande em número e tipo de variáveis. Frequentemente, são prioritariamente utilizados como variáveis de controle, os “taps” dos transformadores com comutação sob carga, a potência reativa ou a tensão dos geradores (a escolha da tensão como controle torna a potência reativa variável dependente e vice-versa) e as injeções “shunt” de potência reativa. Neste trabalho utiliza-se a magnitude de tensão nas barras de geração e “taps” dos transformadores com comutação sob carga como variáveis de controle. As barras que possuem compensadores “shunt” são modeladas como barras do tipo PV, com os limites mínimos e máximos de potência reativa sendo estabelecidos pelas capacidades dos reatores indutivos/capacitivos considerados.



#### 4.4.2 Função Objetivo

A escolha dos “taps” dos transformadores e da tensão terminal dos geradores como variáveis de controle faz com que o objetivo do problema consista na minimização dos desvios quadráticos correspondentes a estes controles, de forma que a magnitude de tensão nas barras de carga e a potência reativa gerada se mantenham dentro dos limites. Analogamente ao problema de controle de fluxos de potência, a potência ativa gerada na barra de folga sofrerá modificações, pois uma mudança no perfil de tensão altera as perdas de potência ativa do sistema e, desde que a potência ativa gerada nas barras *PV* é considerada fixa neste sub-problema, tais perdas são supridas pela barra de folga. Considera-se no entanto, que tais alterações são desprezíveis e, portanto somente aos limites de potência reativa da barra de folga são incluídos no conjunto de restrições. Analiticamente, o problema pode ser expresso por

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad [\Delta \mathbf{V}_G^T | \Delta \mathbf{a}^T] [\Delta \mathbf{V}_G^T | \Delta \mathbf{a}^T]^T \\
 & \text{sujeito a} \quad \mathbf{S}_{VV_{Ga}} \times [\Delta \mathbf{V}_G^T | \Delta \mathbf{a}^T]^T \leq \Delta \mathbf{V}^{lim} \\
 & \quad \mathbf{S}_{Q_G V_{Ga}} \times [\Delta \mathbf{V}_G^T | \Delta \mathbf{a}^T]^T \leq \Delta \mathbf{Q}_G^{lim}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

onde,  $\Delta \mathbf{V}_G$  é o vetor de incrementos nas tensões nas barras de geração;  $\Delta \mathbf{a}$  é o vetor de incrementos nos “taps” dos transformadores com comutação sob carga;  $\mathbf{S}_{VV_{Ga}}$  é a matriz de sensibilidade entre os incrementos das tensões nas barras de carga e os incrementos de  $\Delta \mathbf{V}_G$  e  $\Delta \mathbf{a}$ ; e  $\mathbf{S}_{Q_G V_{Ga}}$  é a matriz de sensibilidade entre os incrementos das potências reativas geradas e os incrementos de  $\Delta \mathbf{V}_G$  e  $\Delta \mathbf{a}$ .

### 4.4.3 Modelagem das Restrições

#### 4.4.3.1 Tensão nas Barras de Carga

Como as tensões nas barras de carga ( $V_{PQ}$ ) são variáveis dependentes das equações do fluxo de potência, para se obter a matriz de sensibilidade destas variáveis em relação aos controles (tensão nas barras  $PV$  e “taps”) basta selecionar as linhas correspondentes as tensões das barras  $PQ$  no cálculo de  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{J}_{fp}^{-1} \times \mathbf{S}_{su} \times \Delta \mathbf{u}$ , onde, conforme mostrado anteriormente,  $\mathbf{S}_{su}$  é a matriz de sensibilidade das injeções de potência ativa em relação as tensões das barras  $PV$  e “taps” dos transformadores.

#### 4.4.3.2 Potência Reativa Gerada

Analogamente ao caso dos fluxos de potência ativa e da potência ativa gerada na barra de folga, a potência reativa gerada pode ser expressa em função das variáveis dependentes, isto é,  $\mathbf{Q}_g = \mathbf{y}(\mathbf{x})$ , de forma análoga ao procedimento apresentado nas subseções 3.4.3.1 e 3.4.3.2, obtém-se

$$\Delta \mathbf{Q}_G = \{-[\partial \mathbf{y}(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}] \times \mathbf{J}_{fp}^{-1} \times \mathbf{S}_{su}\} \times \Delta \mathbf{u} \quad (4.17)$$

Deve ser notado entretanto, que se houver barras de geração diretamente conectadas entre si ou conectadas a um transformador, é necessário incluir mais um componente nesta equação, representado pelo vetor de derivadas de  $\mathbf{Q}_G$  em relação a  $\mathbf{u}$ , isto resulta em

$$\Delta \mathbf{Q}_G = \{-[\partial \mathbf{y}(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}] \times \mathbf{J}_{fp}^{-1} \times \mathbf{S}_{su}\} \times \Delta \mathbf{u} + [\partial \mathbf{Q}_G/\partial \mathbf{u}] \times \Delta \mathbf{u} \quad (4.18)$$

ou em forma compacta,

$$\Delta Q_G = S_{Q_G} u \times \Delta u \quad (4.19)$$

onde,  $[\partial y(x)/\partial x]$  é o vetor de primeira derivada da potência reativa gerada em relação as tensões das barras PQ e ângulos das barras PQ e PV; e  $\partial Q_G/\partial u$  é o vetor de derivadas das potências reativas geradas em relação as variáveis de controle.

## 4.5 Eliminação de Elementos Não Significativos da Matriz de Sensibilidade

Conforme pode ser visto na modelagem das restrições apresentadas nas seções anteriores, as matrizes de sensibilidade são densas porque a obtenção das mesmas envolve a inversão da matriz Jacobiana do fluxo de potência, a qual é esparsa. No entanto, é conveniente eliminar elementos não significativos das matrizes de sensibilidade tornando-as tão esparsas quanto possível basicamente por duas razões: permitir a aplicação de técnicas de compactação e esparsidade, o que implica em maior velocidade de processamento e menor ocupação de memória; e evitar incrementos desprezíveis nos dispositivos de controle, pois se a sensibilidade de uma restrição violada é não nula em relação a um determinado controle há uma tendência decorrente da forma da função objetivo utilizada a que o incremento calculado pelo processo de otimização seja diferente de zero. A estratégia para a eliminação de elementos não significativos adotada neste trabalho é a seguinte

[11]: seja  $s_{ij}$  o elemento da matriz de restrições correspondente à sensibilidade da restrição  $i$  em relação ao controle  $j$  e  $(\Delta u_j)_{max}$  o módulo da máxima variação permitida pelo controle  $j$ . O elemento  $s_{ij}$  será considerado significativo se o produto  $(\Delta u_j)_{max} \times s_{ij}$  for maior que uma determinada tolerância; se for menor, o elemento é eliminado da matriz de restrições. Esta forma de eliminação garante que, qualquer que seja a variação individual do controle  $j$ , a restrição  $i$  não será afetada. A tolerância a ser especificada é a mesma adotada para verificar se há ou não violação na variável associada à restrição considerada.

## 4.6 Seleção dos Controles e Restrições

Nos subproblemas apresentados anteriormente, o problema de otimização leva em consideração todos os controles e restrições. Em termos práticos, principalmente quando o controle corretivo é aplicado na operação de sistemas de grande porte, tornam-se necessários uma certa rapidez na determinação de uma solução e ajustes efetuados no menor número de controles possível, para evitar incrementos insignificantes em uma grande quantidade de dispositivos de controle. Considerando as características diferentes dos problemas de correção de fluxos e tensões, estratégias diferentes para seleção de controles e restrições são apresentadas.

Dada a matriz de sensibilidade correspondente ao subproblema de controle corretivo de potência reativa-tensão, e supondo a existência de  $m$  restrições violadas e  $n$  controles disponíveis, a seleção dos controles e restrições pode ser feita

de acordo com o seguinte procedimento:

1. Para cada restrição violada, selecionar os controles mais sensíveis, cujos valores na solução corrente não estejam no limite correspondente à direção desejada para eliminar a violação;
2. Fazer a união de todos conjuntos de controles selecionados relativos a cada restrição do passo anterior, para formar o conjunto de  $n_c$  controles selecionados;
3. Para cada controle selecionado inclua as restrições correspondentes as tensões das barras de carga adjacentes aos controles selecionados;
4. Formar o conjunto das  $n_r$  restrições selecionadas o qual constitui-se das restrições correspondentes aos limites dos controles selecionados e das violações incluídas no item anterior;
5. Limitar os incrementos permissíveis aos controles.

O item 5 do algoritmo acima correspondente à limitação dos incrementos nos controles tem como objetivo evitar o surgimento de novas violações nas variáveis correspondentes às restrições não selecionadas. Para cada controle selecionado  $i$  calcula-se  $(\Delta b_i)_j = \Delta b_j / s_{ij}$  para  $j$  variando de 1 até o número total de restrições menos as  $n_r$  restrições selecionadas. O menor  $(\Delta b_i)_j$  substitui o  $\Delta b_i$  inicial, pois este representa a máxima variação individual permissível ao controle  $i$  de forma que todas as variáveis dependentes não consideradas se mantenham dentro dos limites.

Para o problema de controle corretivo de fluxos de potência ativa, dada a matriz de sensibilidade relacionando todos os fluxos com as potências ativas geradas e considerando a existência de  $m$  fluxos fora dos limites e  $n$  controles selecionados, a estratégia adotada para seleção de restrições é a seguinte: inclui-se na matriz de restrições o conjunto  $2m$  de restrições associadas aos limites mínimos e máximos dos  $m$  fluxos violados.

A consideração de somente restrições associadas a fluxos de potência fora dos limites pode provocar o surgimento de novas violações após a resolução do problema de mínimos quadrados. Entretanto, como se dispõe da matriz de sensibilidade de todos os fluxos de potência em relação a todas as potências ativas geradas, verifica-se se os incrementos calculados pelo processo de otimização satisfazem

$$\Delta t_i^{min} \leq a_i \Delta u^{calc} \leq \Delta t_i^{max} \quad \text{para } i = 1, \dots, nrnc \quad (4.20)$$

onde,  $\Delta u^{calc}$  é o vetor dos incrementos calculados considerando somente as restrições associadas a variáveis com violação;  $a_i$  é o vetor de coeficientes da restrição  $i$ ,  $\Delta t_i^{min}$  e  $\Delta t_i^{max}$  são os máximos desvios em relação aos limites mínimos e máximos que o fluxo de potência na linha  $i$  pode sofrer e,  $nrnc$  é o número de restrições inicialmente não consideradas. As restrições que não satisfazem 4.20 são adicionadas ao conjunto  $2m$  de restrições para a determinação de uma nova solução do problema de otimização. Este procedimento, constituído de alternar a solução do problema de otimização com a verificação do conjunto de inequações dado por 4.20, é executado até que todas as restrições do modelo linear sejam

satisfeitas.

Observa-se que, nesta estratégia, procura-se levar em consideração o menor número possível de restrições, tal que os desvios nas variáveis de controle não provoquem o surgimento de novas violações. Observa-se ainda que, no subproblema de correção de fluxos de potência, o uso desta estratégia é de suma importância dado o número elevado de restrições do problema original, o qual é igual a duas vezes o número de linhas do sistema mais as duas restrições correspondentes a barra de folga.

Quando soluções inviáveis forem detectadas, pode-se relaxar os limites nos fluxos de potência ativa utilizando a estratégia de relaxação proposta no capítulo 3.

## Capítulo 5

### Resultados Numéricos

Apresenta-se neste capítulo alguns resultados numéricos que ilustram o desempenho da metodologia baseada na técnica de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade proposta neste trabalho. Esta demonstração é feita tomando como base testes efetuados em sistemas de diferentes características e dimensões. Resultados detalhados são apresentados para o sistema 14 barras do IEEE. Resultados de testes efetuados com sistemas de porte maior incluindo dois sistemas reais, um de 161 e outro de 262 barras, mostram as características gerais de convergência do método proposto. Apresentam-se ainda, resultados da aplicação de uma metodologia baseada no algoritmo Dual Simplex de Programação Linear, os quais são comparados sob o ponto de vista de precisão com aqueles obtidos via a técnica proposta.



## 5.1 Considerações Preliminares

A implementação da técnica proposta exige basicamente os módulos de cálculo do fluxo de potência, das sensibilidades, da solução de mínima norma, de seleção de controles e restrições e da eliminação de elementos não significativos da matriz de restrições. Os códigos computacionais foram todos implementados em FORTRAN, tendo sido desenvolvidas versões para microcomputadores, estações de trabalho, e computadores de grande porte, (CONVEX C-210 e IBM 3090). Os resultados aqui apresentados foram obtidos em uma estação de trabalho SUN SPARC-2 do Laboratório de Sistemas de Potência da UFSC.

Para a correção do perfil de tensão os resultados numéricos são apresentados enfocando principalmente os seguintes aspectos:

- formulação do problema considerando todas as restrições de controle e operacionais.
- aplicação da estratégia de eliminação de elementos não significativos da matriz de restrições.
- uso da estratégia de seleção de controles e restrições.
- utilização somente de “taps” dos transformadores ou da tensão terminal dos geradores como variável de controle, e monitoração conjunta de ambos os controles.
- aplicação da técnica de relaxação nos limites das tensões nas barras de

carga nos casos onde é constatada a impossibilidade de se obter soluções inteiramente viáveis.

Para a monitoração dos fluxos de potência ativa os testes foram executados considerando-se os seguintes aspectos:

- a utilização da estratégia de levar em conta somente as restrições associadas às variáveis cujos valores estão fora dos limites.
- aplicação da técnica de relaxação nos limites de fluxos de potência ativa nos casos de detecção de soluções inviáveis.

Apresentam-se também resultados da correção conjunta de violações em limites de fluxos de potência e magnitudes das tensões, obtidos via aplicação do algoritmo proposto no capítulo 4.

Os testes foram realizados em sistemas de potência de diferentes portes, cujas características são apresentadas na tabela 5.1. Além dos sistemas de 14, 30, 39, 57 e 118 barras do IEEE, apresentam-se os resultados da aplicação da metodologia proposta a dois sistemas realísticos da Região Sul do Brasil, um de 161 e outro de 262 barras.

## **5.2 Testes com o Sistema de 14 Barras do IEEE**

Os resultados numéricos apresentados nesta seção mostram a evolução das iterações para correção de violações nos limites das tensões, fluxos de potência,

<i>Sistema</i>	<i>nb</i>	<i>nl</i>	<i>ng</i>	<i>nt</i>	<i>ns</i>
<i>IEEE14B</i>	14	20	5	3	1
<i>IEEE30B</i>	30	41	6	4	2
<i>IEEE39B</i>	39	46	10	12	0
<i>IEEE57B</i>	57	80	7	17	3
<i>IEEE118B</i>	118	179	34	9	7
<i>SIS161B</i>	161	217	21	58	2
<i>SIS262B</i>	262	397	48	159	42

*nb*: número total de barras

*nl*: número de linhas de transmissão

*ng*: número de geradores

*nt* : número de transformadores

*ns* : número de reatores “shunt”

Tabela 5.1: Sistemas Teste: Características Gerais

e tensões e fluxos conjuntamente, enfocando os aspectos mencionados na seção anterior.

### 5.2.1 Correção da Magnitude das Tensões

Para correção do perfil de tensão partiu-se da condição inicial apresentada nas tabelas 5.2 e 5.3.

Observa-se neste ponto de operação, a ocorrência de seis violações nos limites mínimos das tensões, sendo a de maior magnitude aquela correspondente à barra 14. Os limites nas tensões das barras de carga foram especificados admitindo-se um desvio de 5% na tensão nominal de 1.0 p.u.. Os controles especificados foram as tensões terminais das cinco barras de geração e os “taps” dos três transformadores. O reator “shunt” da barra 9 foi mantido com valor constante de

<i>Barra</i>	<i>Tensão</i>		<i>Limites</i>		<i>Magnit. da</i>
	<i>Magnitude</i>	<i>Ângulo</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>	<i>Violação</i>
4	0.950	-13.57	0.950	1.050	-
5	0.940	-11.86	0.950	1.050	0.010
7	0.914	-17.01	0.950	1.050	0.036
9	0.912	-19.32	0.950	1.050	0.038
10	0.916	-19.80	0.950	1.050	0.034
11	0.944	-20.06	0.950	1.050	0.006
12	0.960	-21.02	0.950	1.050	-
13	0.951	-20.96	0.950	1.050	-
14	0.908	-21.33	0.950	1.050	0.042

Tabela 5.2: Tensões nas Barras de Carga - IEEE 14 Barras

<i>Controle</i>	<i>Valor especificado</i>	<i>Min.</i>	<i>Max.</i>
$V_{g1}$	0.950	0.950	1.100
$V_{g2}$	0.990	0.950	1.100
$V_{g3}$	0.960	0.950	1.100
$V_{g6}$	0.980	0.950	1.100
$V_{g8}$	0.960	0.950	1.100
$a_{4-7}$	1.100	0.900	1.100
$a_{4-9}$	1.100	0.900	1.100
$a_{5-6}$	0.900	0.900	1.100

Tabela 5.3: Valores Iniciais e Limites dos Controles - IEEE 14 Barras

	Número de viol.	Magnitude da máxima viol.	Ordem da matriz A	Variáveis no Limite	
				Controle	Dependentes
<i>Caso base</i>	6	0.0415	-	1	1
<i>Iter. 1</i>	3	0.0031	$38 \times 5$	0	0
<i>Iter. 2</i>	0	0.0000	$38 \times 5$	0	2

*A*: matriz de coeficientes das restrições

Tabela 5.4:  $V_g$  Como Variável de Controle - IEEE 14 Barras

<i>Iter.</i>	$V_{G1}$	$V_{G2}$	$V_{G3}$	$V_{G6}$	$V_{G8}$	$P_{Gs}$	<i>Perdas</i>
<i>Caso base</i>	0.950	0.990	0.960	0.980	0.960	2.660	0.212
<i>Iter. 1</i>	0.955	1.007	0.970	1.021	1.005	2.667	0.219
<i>Iter. 2</i>	0.956	1.008	0.971	1.024	1.008	2.667	0.220
<i>Var. %</i>	0.630	1.820	1.150	4.500	5.000	0.260	3.490

$P_{Gs}$ : Potência ativa gerada pela barra de folga

Tabela 5.5:  $V_g$  Como Variável de Controle - IEEE 14 Barras

potência reativa. As tabelas de 5.4 a 5.15 mostram a evolução das iterações para três casos estudados a partir do ponto de operação indicado nas tabelas 5.2 e 5.3. Cada iteração envolve o cálculo da matriz de restrições, o cálculo dos incrementos nas variáveis de controle pelo método de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade e a solução das equações do fluxo de potência AC (Newton-Raphson).

As tabelas 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam alguns detalhes dos resultados por iteração obtidos sob consideração de que somente as tensões das barras de geração

<i>Iter.</i>	<i>Fluxo de Pot.</i>	<i>Sensib.</i>	<i>Mín. Quad..</i>
<i>Iter. 1</i>	0.0358	0.0180	0.0200
<i>Iter. 2</i>	0.0302	0.0061	0.0101
<i>Tot. Par.</i>	0.0660	0.0241	0.0301
<i>Total</i>	0.1202		

Tabela 5.6: Tempos de c.p.u. -  $V_g$  Como Variável de Controle - IEEE 14 Barras

seriam tomadas como variáveis de controle. Na tabela 5.4 observa-se que a magnitude da máxima violação é praticamente reduzida a zero após a primeira iteração. Nota-se, pela análise das duas últimas colunas desta tabela, que não há variáveis de controle no limite, e que duas das variáveis dependentes cujos limites se encontravam violados na solução inicial, tem seu valor no limite na solução final. Observa-se também, que a ordem da matriz de restrições permanece constante em todas as iterações, já que não são efetuadas seleções de controles e restrições.

Na tabela 5.5, é possível notar que as variações na magnitude das tensões das barras de geração são pequenas. Pelo valor final atingido após a eliminação de todas as violações, observa-se que as variações nas variáveis de controle seguem a mesma direção da primeira iteração, ou seja, os incrementos nessas variáveis possuem o mesmo sinal ao longo das iterações. A variação percentual apresentada na última linha desta tabela é dada por

$$Var\% = |(valor\ final - valor\ inicial)/(valor\ inicial)| \times 100$$

Constata-se também, que as perdas de potência ativa e conseqüentemente a potência ativa na barra de folga sofrem um sensível aumento apesar de o perfil de

	Número de viol.	Magnitude da máxima viol.	Ordem da matriz A	Variáveis no Limite	
				Controle	Dependentes
<i>Caso base</i>	6	0.0415	-	3	1
<i>Iter. 1</i>	2	0.0102	$34 \times 3$	0	1
<i>Iter. 2</i>	1	0.0019	$34 \times 3$	0	1
<i>Iter. 3</i>	0	0.0000	$34 \times 3$	1	2

Tabela 5.7: “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras

<i>Iter.</i>	$a_{4-7}$	$a_{4-9}$	$a_{5-6}$	$P_{Gs}$	<i>Perdas</i>
<i>Caso base</i>	1.100	1.100	0.900	2.660	0.212
<i>Iter. 1</i>	0.925	0.935	1.021	2.653	0.206
<i>Iter. 2</i>	0.957	0.918	1.085	2.651	0.203
<i>Iter. 3</i>	0.966	0.913	1.100	2.651	0.203
<i>Var. %</i>	12.20	17.00	18.18	0.334	4.245

Tabela 5.8: “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras

tensão no sistema ter aumentado. Isto se deve à variação não linear das perdas com o perfil de tensão do sistema.

Na tabela 5.6 são apresentados os tempos de c.p.u. relativos ao cálculo das equações do fluxo de potência, das matrizes de sensibilidades e da obtenção da solução do problema de Mínimos Quadrados. Observa-se que aproximadamente a metade do tempo de c.p.u. corresponde ao cálculo do fluxo de potência. Isto decorre do fato de que o cálculo das relações de sensibilidade envolve apenas repetição dos processos de substituição direta-inversa, e de que o problema quadrático é de ordem reduzida para o caso em questão.

Os resultados obtidos considerando-se apenas os “taps” como variáveis de

<i>Iter.</i>	<i>Fluxo de Pot.</i>	<i>Sensib.</i>	<i>Mín. Quad..</i>
<i>Iter. 1</i>	0.0702	0.0162	0.0351
<i>Iter. 2</i>	0.0840	0.0083	0.0076
<i>Iter. 3</i>	0.0386	0.0084	0.0075
<i>Tot. Par.</i>	0.1928	0.0329	0.0502
<i>Total</i>	0.2759		

Tabela 5.9: Tempos de c.p.u. - “taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras

controle são mostrados nas tabelas 5.7, 5.8 e 5.9. Comparando-se estes resultados com os do caso anterior, observa-se na tabela 5.7, que o número de iterações é maior, o que é uma consequência da redução da magnitude da máxima violação após a primeira iteração não ser tão significativa. Observa-se também na mesma tabela, que ao final do processo, uma variável de controle e duas variáveis dependentes estão com seus valores no limite.

Na tabela 5.8 observa-se que para corrigir violações com mesmas magnitudes e localizações que no caso anterior, há um maior esforço de controle. Isto é justificado pelo menor número de controles disponíveis neste caso e pelo fato de que a magnitude das sensibilidades dos “taps” em relação às variáveis dependentes é menor do que aquelas obtidas em relação às tensões das barras de geração. Com relação ao “tap”  $a_{49}$  observa-se uma pequena oscilação em torno do valor final. Na última coluna desta tabela, observa-se a redução nas perdas de potência ativa do sistema, o que é resultado de um perfil de tensão mais uniforme obtido com as variáveis de controle em questão.



	Número de viol.	Magnitude da máxima viol.	Ordem da matriz A	Variáveis no Limite	
				Controle	Dependentes
<i>Caso base</i>	6	0.0415	-	4	1
<i>Iter. 1</i>	2	0.0030	$44 \times 8$	0	0
<i>Iter. 2</i>	0	0.0000	$44 \times 8$	0	3

Tabela 5.10:  $V_g$  e “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras

<i>Iter.</i>	$V_{G1}$	$V_{G2}$	$V_{G3}$	$V_{G6}$	$V_{G8}$	$a_{4-7}$	$a_{4-9}$	$a_{5-6}$	$P_{Gs}$	<i>Perdas</i>
$FP^0$	0.950	0.990	0.960	0.980	0.960	1.100	1.000	0.900	2.660	0.212
<i>Iter. 1</i>	0.954	1.004	0.968	1.020	0.995	1.081	1.093	0.905	2.665	0.216
<i>Iter. 2</i>	0.954	1.005	0.969	1.024	0.996	1.081	1.092	0.906	2.665	0.217
<i>Var. %</i>	0.420	1.500	0.940	4.490	3.750	1.730	0.720	0.670	0.180	2.357

Tabela 5.11:  $V_g$  e “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras

Na tabela 5.9, conforme pode ser observado pelos tempos de c.p.u., há uma dificuldade maior na convergência dos fluxos de potência se comparados com o caso anterior, o que também pode ser atribuído às não linearidades associadas aos “taps”.

As tabelas 5.10, 5.11 e 5.12 mostram o emprego conjunto da magnitude das tensões geradas e dos “taps” para a correção de violações nos limites de magnitude das tensões. Em relação a tabela 5.10 observa-se uma redução significativa da máxima violação após a primeira iteração. Adicionalmente, não há controles no limite, e três das seis variáveis que apresentavam violações atingem o seu limite ao final do processo. A ordem da matriz de restrições é maior em relação aos casos anteriores, pois todas as variáveis de controle são consideradas.

<i>Iter.</i>	<i>Fluxo de Pot.</i>	<i>Sensib.</i>	<i>Mín. Quad..</i>
<i>Iter. 1</i>	0.0977	0.0210	0.0078
<i>Iter. 2</i>	0.0329	0.0133	0.0096
<i>Tot. Par.</i>	0.1306	0.0343	0.0174
<i>Total</i>	0.1823		

Tabela 5.12: Tempos de c.p.u.  $V_g$  e “Taps” Como Variáveis de Controle - IEEE 14 Barras

	<i>Número de viol.</i>	<i>Magnitude da máxima viol.</i>	<i>Ordem da matriz A</i>	<i>Variáveis no Limite</i>	
				<i>Controle</i>	<i>Dependentes</i>
<i>Caso base</i>	6	0.0415	-	4	1
<i>Iter. 1</i>	2	0.0025	$38 \times 5$	0	0
<i>Iter. 2</i>	0	0.0000	$26 \times 3$	2	3

Tabela 5.13: Seleção de Controles e Restrições - IEEE 14 Barras

Na tabela 5.11, observa-se que os ajustes nos dispositivos de controle foram mais distribuídos, em razão da adoção de um maior número de variáveis de controle. As variações mais significativas são em  $V_{G6}$  e  $V_{G8}$ . Observam-se também menores variações nas perdas de potência ativa em relação aos casos anteriores, como consequência de um desvio nas variáveis de controle mais distribuído.

Na tabela 5.12, observa-se que o tempo de cálculo é comparável com o do caso anterior apesar de número de iterações ser menor, fato justificado pela existência de um número maior de restrições tomando parte do processo iterativo.

As tabelas 5.13, 5.14 e 5.15 mostram os resultados dos testes adotando-se a mesma condição inicial dos casos anteriores, porém aplicando-se a estratégia de

<i>Iter.</i>	$V_{G1}$	$V_{G2}$	$V_{G3}$	$V_{G6}$	$V_{G8}$	$a_{4-7}$	$a_{4-9}$	$a_{5-6}$	$P_{Gs}$	<i>Perdas</i>
$FP^0$	0.950	0.990	0.960	0.980	0.960	1.100	1.000	0.900	2.660	0.212
<i>Iter. 1</i>	=	1.007	=	1.022	0.995	1.081	=	0.907	2.674	0.226
<i>Iter. 2</i>	=	=	=	1.025	0.998	1.080	=	=	2.674	0.226
<i>Var. %</i>	=	1.700	=	4.590	3.960	1.800	=	0.740	0.180	6.604

Tabela 5.14: Seleção de Controles e Restrições - IEEE 14 Barras

<i>Iter.</i>	<i>Fluxo de Pot.</i>	<i>Sensib.</i>	<i>Mín. Quad..</i>
<i>Iter. 1</i>	0.0284	0.0191	0.0192
<i>Iter. 2</i>	0.0333	0.0109	0.0028
<i>Tot. Par.</i>	0.0617	0.0300	0.0220
<i>Total</i>	0.1137		

Tabela 5.15: Tempos de c.p.u. - Seleção de Controles e Restrições - IEEE 14 Barras

seleção de controles e restrições. Na tabela 5.13 observa-se uma maior redução da magnitude da máxima violação após a primeira iteração em relação aquelas dos casos anteriores. Selecionando-se os controles e restrições a ordem da matriz de coeficientes torna-se variável durante o processo, e os controles que aparecem no limite são alguns dos que já estavam no limite na condição inicial.

Na tabela 5.14, observa-se que  $V_{g1}$ ,  $V_{g3}$  e  $a_{49}$  não são utilizados. As variações são concentradas em  $V_{g6}$  e  $V_{g8}$ , resultado esperado como consequência da seleção de controles, considerando a variação dos mesmos nos casos anteriormente apresentados.

Em relação aos tempos de c.p.u. observa-se que os tempos obtidos neste caso são os menores comparados aos dos casos anteriores, o que confirma a importância de uma estratégia apropriada de seleção de controles e restrições.

Em termos gerais considerando-se todas as situações anteriormente apresentadas conclui-se o seguinte:

- para o controle centralizado de tensão-potência reativa, é mais adequado o uso da tensão terminal dos geradores como variável de controle. Os “taps” são mais apropriados para os ajustes locais, ou quando se faz uma apropriada seleção dos dispositivos de controle a serem despachados;
- no problema de controle de tensão-potência reativa, as variações na potência ativa da barra de folga e das perdas de potência ativa são insignificantes, o que torna necessário somente a inclusão da restrição correspondente a potência reativa da barra de folga na matriz de restrições.

	Número de viol.	Magnitude da máxima viol.	Ordem da matriz A	Variáveis no Limite	
				Controle	Dependentes
<i>Caso base</i>	9	0.2752	-	3	0
<i>Iter. 1</i>	1	0.0212	$18 \times 5$	0	2
<i>Iter. 2</i>	1	0.0029	$4 \times 5$	0	2
<i>Iter. 3</i>	0	0.0000	$2 \times 5$	0	3

Tabela 5.16: Correção de Fluxos de Potência Ativa - IEEE 14 Barras

- a adoção da estratégia de seleção de controles e restrições garante soluções qualitativamente melhores sob todos os aspectos analisados;
- geralmente após a primeira iteração os ajustes necessários nos dispositivos de controle são muito pequenos, desde que há uma significativa redução em ambos, o número de violações e a magnitude da máxima violação.

### 5.2.2 Correção dos Fluxos de Potência Ativa

Para ilustrar a correção de violações em limites de fluxos de potência ativa, foram especificados como limites valores próximos àqueles dos fluxos calculados como resultado do Despacho Econômico deste sistema.

Observando as tabelas 5.16, 5.17 e 5.18, verifica-se que as características de convergência do problema de correção de fluxos de potência ativa são semelhantes às da correção de violações na magnitude das tensões. Conforme pode ser observado na tabela 5.16, há uma redução significativa da magnitude da máxima violação após a primeira iteração, e ao final do processo não há restrições associadas a variáveis de controle no limite. Observa-se ainda, que o uso da estratégia

<i>Iter.</i>	$P_{G2}$	$P_{G3}$	$P_{G6}$	$P_{G8}$	$P_{Gs}$	<i>Perdas</i>
<i>Caso base</i>	0.400	0.000	0.000	0.000	2.547	0.1693
<i>Iter. 1</i>	0.475	0.075	0.121	0.083	2.158	0.1347
<i>Iter. 2</i>	0.477	0.078	0.143	0.099	2.113	0.1309
<i>Iter. 3</i>	0.477	0.079	0.146	0.100	2.107	0.1305
<i>Var. (p.u.)</i>	0.077	0.079	0.146	0.100	-0.440	-0.0388

Tabela 5.17: Correção de Fluxos de Potência Ativa - IEEE 14 Barras

<i>Iter.</i>	<i>Fluxo de Pot.</i>	<i>Sensib.</i>	<i>Mín. Quad..</i>
<i>Iter. 1</i>	0.0335	0.0162	0.0417
<i>Iter. 2</i>	0.0337	0.0085	0.0015
<i>Iter. 3</i>	0.0234	0.0094	0.0029
<i>Tot. Par.</i>	0.0906	0.0341	0.0461
<i>Total</i>	0.1708		

Tabela 5.18: Tempos de c.p.u. - Correção de Fluxos de Potência Ativa - IEEE 14 Barras

de inclusão de somente restrições associadas a variáveis fora dos limites na matriz de restrições é justificado, pois o número de restrições incluídas no processo cresce a cada iteração, o que confirma a não necessidade de inclusão do conjunto total de equações lineares.

A tabela 5.17, mostra os ajustes efetuados nas potências ativas das barras de geração. Conforme mencionado anteriormente, a potência ativa da barra de folga ( $P_{Gs}$ ) é considerada uma variável dependente, e seu valor é calculado em função do nível de potência ativa das barras  $PV$ . As variações apresentadas nesta tabela expressam a diferença em *p.u.* entre a potência ativa inicial e final.

Na tabela 5.18 são apresentados os tempos de processamento relativos ao caso em questão. Observa-se que, apesar dos problema de correção de fluxos e tensões serem de natureza diferente, os tempos de c.p.u. são semelhantes, no que diz respeito ao esforço computacional relativo a cada estágio do processo.

### 5.2.3 Soluções Inviáveis

A ilustração da metodologia de relaxação proposta neste trabalho no capítulo 3, é feita tomando como base dois casos (sistema de 14 barras) em que se tinha o conhecimento prévio de que a obtenção de soluções com todas as restrições originais satisfeitas seria inviável. No primeiro especificou-se como limites mínimo e máximo a tensão de 1.05 *p.u.* para todas as barras de carga, com o objetivo de maximizar o perfil de tensão no sistema. A tabela 5.19 apresenta a solução viável mais próxima de 1.05 *p.u.*. No segundo caso, especificou-se os fluxos de potência

<i>Variável</i>	<i>Val. Inic.</i>	<i>Inf.</i>	<i>Sup.</i>	<i>Mag. Viol.</i>	<i>Val. Fin.</i>	<i>Relax.</i>
$V_{G1}$	1.000	0.900	1.100	-	1.100	-
$V_{G2}$	0.932	0.900	1.100	-	1.084	-
$V_{G3}$	0.900	0.900	1.100	-	1.028	-
$V_4$	0.916	1.050	1.050	0.134	1.050	-
$V_5$	0.914	1.050	1.050	0.136	1.050	-
$V_{G6}$	0.960	0.900	1.100	-	1.063	-
$V_7$	0.900	1.050	1.050	0.150	1.050	-
$V_{G8}$	0.970	0.900	1.100	-	1.100	-
$V_9$	0.894	1.050	1.050	0.156	1.049	0.001
$V_{10}$	0.897	1.050	1.050	0.153	1.044	0.006
$V_{11}$	0.924	1.050	1.050	0.126	1.050	-
$V_{12}$	0.939	1.050	1.050	0.111	1.048	0.002
$V_{13}$	0.931	1.050	1.050	0.119	1.044	0.006
$V_{14}$	0.889	1.050	1.050	0.162	1.029	0.021
$a_{47}$	1.000	0.900	1.100	-	0.941	-
$a_{49}$	1.100	0.900	1.100	-	0.993	-
$a_{56}$	0.900	0.900	1.100	-	1.056	-

Tabela 5.19: Relaxação em Limites de Tensões - IEEE 14 Barras

ativa em zero para todas as linhas do sistema, objetivando minimizar os fluxos de potência ativa e conseqüentemente as perdas de potência ativa do sistema. A tabela 5.20 apresenta o ponto de operação viável mais próximo desta condição.

Conforme pode ser observado pela tabela 5.19, as tensões nas barras de carga se aproximaram de 1.05 p.u. (apesar da ordem elevada da magnitude inicial das violações), de forma que relaxações mínimas foram necessários (ver quinta coluna). Como consequência da maximização do perfil de tensão, constatou-se uma razoável redução nas perdas de potência ativa de 0.1876 p.u. para 0.1342 p.u.



<i>Linha</i>	<i>Fluxo Inicial</i>	<i>Lim. Inicial</i>	<i>Fluxo final</i>	<i>Desvio</i>
1 - 2	1.4030	0.0000	0.0964	1.3066
1 - 5	0.7066	0.0000	0.1866	0.5200
2 - 3	0.6590	0.0000	0.0916	0.5674
2 - 4	0.5486	0.0000	0.2602	0.2884
2 - 5	0.4236	0.0000	0.2163	0.2073
3 - 4	-0.2312	0.0000	0.1082	0.3394
4 - 5	-0.5353	0.0000	0.1950	0.7303
4 - 7	0.2090	0.0000	0.0089	0.1200
4 - 9	0.1420	0.0000	0.0679	0.0741
5 - 6	0.4809	0.0000	0.1242	0.3567
6 - 11	0.0678	0.0000	0.1074	-0.0396
6 - 12	0.0799	0.0000	0.0843	-0.0004
6 - 13	0.1762	0.0000	0.1962	-0.0200
7 - 8	-0.0990	0.0000	0.3088	0.4078
7 - 9	0.3080	0.0000	0.3177	-0.0097
9 - 10	0.0601	0.0000	0.0203	0.0398
9 - 14	0.0948	0.0000	0.0703	0.0245
10- 11	-0.0300	0.0000	0.0697	0.0997
12- 13	0.0181	0.0000	0.0225	-0.0044
13- 14	0.0567	0.0000	0.0808	-0.0241

Tabela 5.20: Relaxação em Limites de Fluxos de Potência - IEEE 14 Barras

A tabela 5.20 mostra o desempenho do algoritmo de relaxação de limites em variáveis dependentes aplicado ao problema de monitoração dos fluxos de potência ativa. Observa-se que valores reduzidos de fluxos de potência ativa foram atingidos, o que pode ser constatado pela magnitude dos fluxos finais e pela redução nas perdas de potência ativa 0.1285 p.u. para 0.035 p.u.

### 5.3 Resultados Para Outros Sistemas-Teste

Ilustram-se nesta seção os testes efetuados para os sistemas de 30, 39, 57, 118, 161 e 252 barras, cujas características estão sumarizadas na tabela 5.1. Os seguintes resultados são apresentados:

- correção da magnitude das tensões considerando todas as restrições;
- correção de fluxos de potência ativa;
- correção conjunta de fluxos de potência ativa e magnitude das tensões;
- relaxação nos limites das tensões para os casos dos sistemas de 161 e 262 barras, cuja determinação das soluções satisfazendo a totalidade do conjunto de restrições foi detectada inviável;
- resultados comparativos entre a metodologia proposta e uma metodologia baseada em programação linear.

As seções subseqüentes estão organizadas na seqüência dos itens supra citados.

<i>Sistema</i>	$NV^0$	$\Delta V^0$	$NV^1$	$\Delta V^1$	$NI$	$NC$	$NR$	$TMQ$	$TT$
<i>IEEE30</i>	24	0.075	1	0.003	2	10	80	0.107	0.247
<i>IEEE39</i>	26	0.048	0	0.000	1	22	122	0.268	0.522
<i>IEEE57</i>	38	0.118	5	0.015	3	44	162	0.481	0.910
<i>IEEE118</i>	25	0.039	3	0.002	2	43	322	1.092	2.240

$NV^0$ : num. de violações iniciais

$\Delta V^0$ : magnitude da máxima violação

$NV^1$ : nº violações após a 1ª iter.

$\Delta V^1$ : magnit. da máx. viol. após a 1ª iter.

$NI$ : num. total de iterações

$NC$ : num. de controles utilizados

$NR$ : num. de restrições processadas

$TMQ$ : tempo de c.p.u. para o cálc. dos MQ em segs.

$TT$ : tempo total de c.p.u. em segs.

Tabela 5.21: Sistemas teste - Correção de Tensões - Método Completo

### 5.3.1 Correção da Magnitude das Tensões

As tabelas 5.21 e 5.22 mostram o desempenho da técnica de Mínimos Quadrados quando aplicada nos sistemas de 30, 39, 57 e 118 barras do IEEE. Em todos estes casos, especificaram-se os valores de 0.95 p.u. e 1.05 p.u. como limites mínimo e máximo das tensões nas barras de carga e de 0.90 e 1.10 como limites das tensões das barras de geração e dos “taps” dos transformadores.

Para a obtenção dos resultados da tabela 5.21, caso no qual não houve seleção de controles e restrições, as tensões de todas as barras de geração e todos os “taps” foram utilizados para corrigir as violações. Em cada iteração foram consideradas todas as restrições, isto é,  $2 * (N_b + N_G + N_{taps})$  restrições (onde,  $N_b$  é o número

<i>Sistema</i>	$NV^0$	$\Delta V^0$	$NV^1$	$\Delta V^1$	$NI$	$NC$	$NR$	$TMQ$	$TT$
<i>IEEE30</i>	24	0.075	1	0.003	2	9	78	0.041	0.214
<i>IEEE39</i>	26	0.048	0	0.000	1	17	112	0.139	0.374
<i>IEEE57</i>	38	0.118	5	0.015	3	17	134	0.146	0.769
<i>IEEE118</i>	25	0.039	3	0.002	2	14	192	0.253	1.501

Tabela 5.22: Sistemas teste - Correção de Tensões - Com Sel. de Contrs. e Restrs.

de barras,  $N_G$  é o número de barras de geração, e  $N_{taps}$  é o número de transformadores com comutação sob carga). Os tempos de c.p.u. são apresentados nas duas últimas colunas desta tabela. Uma corresponde à somatória dos tempos de solução do problema de Mínimos Quadrados em todas as iterações, e a outra ao tempo total correspondente ao somatório dos tempos de c.p.u. para o cálculo das matrizes de sensibilidades, solução do problema de Mínimos Quadrados e o cálculo do fluxo de potência. Observa-se que o tempo de c.p.u. utilizado pelo processo de otimização representa aproximadamente a metade do tempo total. Observa-se também que, após a primeira iteração praticamente todas as violações são eliminadas, o que indica que as correções foram efetuadas praticamente no interior da região de validade do modelo linear. Resultados para os sistemas de 161 e 262 barras não são apresentados nesta tabela, pela impossibilidade de satisfazer todas as restrições sem relaxar alguns limites. Isto é apresentado em uma seção subsequente.

A tabela 5.22 apresenta os resultados obtidos para os mesmos sistemas mostrados na tabela anterior com o mesmo ponto inicial de operação, porém utilizando-se a metodologia proposta na seção 4.2 do capítulo 4 para seleção dos controles mais eficientes, e restrições potencialmente ativas durante o processo de otimização. Observa-se que os resultados em termos do número de violações e da magnitude da máxima violação após a primeira iteração são idênticos aos obtidos sem a seleção, com a vantagem da redução do número de controles utilizados e do tempo computacional. A redução do tempo é consequência principalmente da diminuição do número de restrições a serem processadas durante o processo de otimização. Outro aspecto importante relativo a este caso, foi a detecção de que a solução do problema satisfazendo todas as restrições consideradas é inviável para os sistemas de 161 e 262 barras. Isto confirma os resultados obtidos nos casos anteriores, onde foi considerado o conjunto total de restrições.

### **5.3.2 Correção de Fluxos de Potência**

A tabela 5.23 apresenta os resultados obtidos pela aplicação da técnica proposta a eliminação de violações em fluxos de potência ativa em linhas de transmissão e transformadores. Neste problema adota-se a estratégia apresentada na seção 4.6 do capítulo 4, onde apenas as restrições associadas a variáveis fora dos limites são incluídas na matriz de restrições. Como pode ser observado, de forma análoga à correção da magnitude das tensões, foram necessárias em geral de uma a três iterações para que todas as violações fossem eliminadas. De forma semelhante

<i>Sistema</i>	$NV^0$	$\Delta T^0$	$NV^1$	$\Delta T^1$	$NI$	$NTR$	$NRP$	$TMQ$	$TT$
<i>IEEE30</i>	7	0.296	1	0.024	2	102	14	0.327	0.075
<i>IEEE39</i>	22	3.490	5	0.088	2	104	50	0.435	0.274
<i>IEEE57</i>	15	0.503	1	0.042	2	174	34	0.620	0.179
<i>IEEE118</i>	70	1.484	18	0.322	3	426	152	8.663	6.615
<i>SIS161</i>	13	0.056	0	0.000	1	476	40	1.390	0.337

*NTR*: num. total de restrições

*NRP*: num. de restrições processadas

Tabela 5.23: Sistemas teste - Correção de Fluxos de Potência Ativa

aos casos anteriores, há uma redução significativa no número de violações e na magnitude da máxima violação após a primeira iteração. O maior esforço de cálculo foi dispensado para o sistema de 118 barras do IEEE, fato justificado pelo número elevado de violações na solução inicial. De um total de 179 linhas 70 apresentavam violações. Comparando-se as colunas 1 ( $NV^0$ ) e 7 ( $NR$ ) para este sistema, observa-se que apenas 12 restrições (correspondentes a seis fluxos de potência) foram adicionadas às 140 restrições (relativas às 70 violações) da matriz de coeficientes durante o processo iterativo. Para os outros sistemas fatos semelhantes também são verificados.

### 5.3.3 Correção de Tensões e Fluxos de Potência

A tabela 5.24 mostra os resultados da correção conjunta de violações na magnitude das tensões e dos fluxos de potência utilizando o algoritmo proposto na seção 4.2 do capítulo 4. No presente caso, parte-se do mesmo ponto de operação

inicial para formar duas matrizes de restrições, uma associada ao problema de monitoração de fluxos de potência ativa e outra ao problema de controle da magnitude das tensões. Este procedimento é análogo à formação das matrizes utilizadas na solução das equações da rede elétrica através dos métodos de fluxo de potência desacoplados [18]. Nos testes efetuados constatou-se que para tensões muito próximas dos limites a solução do subproblema de potência ativa-fluxos pode levar estas tensões para fora dos limites. De forma semelhante, a solução do subproblema de potência reativa-tensão pode ocasionar violações nos limites de fluxos de potência ativa. Isto pode resultar num sensível aumento do número de iterações para corrigir violações, o que também é refletido nos tempos de processamento mostrados na última coluna desta tabela. apresentadas nas subseções anteriores.

### 5.3.4 Soluções Inviáveis

Conforme mencionado nas subseções anteriores, não foi possível encontrar uma solução viável no que diz respeito à magnitude das tensões para os sistemas de 161 e 262 barras. Uma possível justificativa, está na falta de uniformidade do perfil de tensão destes sistemas. Isto é, existem algumas barras com tensões muito baixas e outras com tensões muito elevadas para a condição inicial considerada. Como consequência, quando se deseja eliminar violações em variáveis com tensões abaixo dos limites inferiores, tensões em outras variáveis tendem a violar o limite superior. Nos casos considerados, isto acabou provocando a inviabilidade da

<i>Sistema</i>	<i>NVT</i>	$\Delta T$	<i>NVV</i>	$\Delta V$	<i>NIT</i>	<i>NIV</i>	<i>NTI</i>	<i>TMQ</i>	<i>TT</i>
<i>IEEE30</i>	8	0.287	18	0.058	3	2	3	0.181	0.555
<i>IEEE39</i>	22	3.490	26	0.048	2	2	2	0.380	1.043
<i>IEEE57</i>	14	0.587	38	0.117	2	2	2	0.381	1.496
<i>IEEE118</i>	67	1.466	25	0.039	4	3	4	5.585	11.703

*NVT*: num. de fluxos de pot. ativa violados

$\Delta T$ : magnit. da máx. viol. em *T* em p.u.

*NVT*: num. de tensões violadas

$\Delta V$ : magnit. da máx. viol. em *V* em p.u.

*NIT*: num. de iters. para correção de *T*

*NIV*: num. de iters. para correção de *V*

*NTI*: num. total de iterações

*TMQ*: tempo de c.p.u. dos *MQ* em segs.

*TT*: tempo total de c.p.u. em segs.

Tabela 5.24: Sistemas Teste - Tensões/Fluxos de Potência

solução do problema. Entretanto, é fato que as restrições relativas aos limites de magnitude das tensões nas barras de carga não são consideradas restrições demasiadamente rígidas. Ou seja, dependendo de sua magnitude, uma violação nos limites de tensão pode ser tolerável (às vezes até mesmo inevitável) por um certo intervalo de tempo, em determinadas condições críticas. Neste sentido, uma solução pode ser encontrada no caso da situação dos dois sistemas considerados, a qual pode ser obtida determinando-se a mínima relaxação necessária nos limites inferiores e superiores nas restrições conflitantes de forma que todas as restrições sejam “satisfeitas”. A tabela 5.25 mostra um quadro resumido de convergência utilizando a técnica de relaxação proposta na seção 3.5.5 do capítulo 3 para os sistemas de 161 e 262 barras. Para estes estudos, foram pré-especificados os



<i>Sistema</i>	<i>NV</i>	$\Delta V_{max}$	<i>NI</i>	<i>NVR</i>	<i>NTC</i>	<i>NCU</i>
<i>SIS161</i>	30	0.0650	4	17	54	38
<i>SIS262</i>	22	0.1218	5	18	123	23

*NVR: num. de tensões relaxadas*

*NTC: num. total de controles*

*NCU: num. controles utilizados*

Tabela 5.25: Sistemas com Tensões Relaxadas

limites de 0.95 p.u. e 1.05 p.u. para os limites mínimos e máximos das barras de carga do sistema de 161 barras e 0.90 p.u. e 1.05 p.u. para o sistema 262 barras. Para as barras PV especificaram-se os limites de 0.90 p.u. e 1.10 p.u.

As tabelas 5.26 e 5.27 apresentam as barras cujos limites de tensões foram relaxados nos sistemas de 161 e 262 barras, respectivamente. Observa-se para o sistema de 161 barras (tabela 5.26), relaxações nos limites de 17 variáveis, o que representa aproximadamente 12% das barras de carga do sistema. As maiores relaxações são nas barras 137, 59 e 22, sendo 137 e 22 as barras que representam as restrições mais conflitantes em relação aos limites mínimos e máximos respectivamente. Alterando-se os limites das tensões destas barras pela quantidade determinada pela técnica de relaxação e executando-se o programa a partir da mesma condição inicial, a convergência é alcançada em duas iterações para correção de 23 violações com a magnitude da máxima violação igual a 0.0650 p.u.. Observa-se que alterando-se os limites a magnitude da máxima violação permanece a mesma (ver tabela 5.25), porém o número de violações é reduzido de 30 para 22 barras com magnitude de tensão violada.

<i>Barra</i>	<i>Tensão (p.u.)</i>	<i>Relax. (p.u.)</i>
2	1.0547	0.0047
4	0.9495	-0.0005
12	1.0516	0.0016
14	1.0648	0.0148
18	1.0507	0.0007
22	1.0709	0.0209
29	0.9379	-0.0121
50	0.9303	-0.0197
53	1.0622	0.0122
58	1.0616	0.0116
59	0.9147	-0.0353
101	1.0655	0.0155
103	1.0677	0.0177
124	0.9495	-0.0005
131	1.0678	0.0178
137	0.9028	-0.0472
148	1.0540	0.0040

Tabela 5.26: Tensões com Limites Relaxados - SIS161

Para o sistema de 262 barras foram necessárias relaxações em 18 variáveis do sistema para que se obtivesse uma solução “viável”, conforme pode ser observado na tabela 5.27. Isto representa aproximadamente 8% das barras de carga. Relaxações de grande magnitude foram necessárias, como nas barras 2 e 227 em relação ao limite máximo, e 229 e 238 em relação ao limite mínimo. A convergência do processo iterativo para este sistema foi dificultada principalmente pelo perfil de tensão pouco uniforme. Para a condição inicial considerada, obtiveram-se tensões com magnitudes variando desde 0.779 p.u. a 1.061 p.u. Ao final do processo de correção as condições extremas são representadas pelas barras 205 e 2, com as magnitudes de tensão variando de 0.8701 a 1.1192.

Constata-se também, que em ambos os casos foi possível elevar o perfil de tensão como um todo, sem porém “nivelá-lo”, o que necessitaria de compensações locais de potência reativa principalmente nas barras com tensões extremas.

### 5.3.5 Comparação com Programação Linear

Com o objetivo de comparar a precisão das soluções viáveis obtidas, foi implementada uma versão do programa na qual substituiu-se a sub-rotina de Mínimos Quadrados com Restrição de Desigualdade por uma sub-rotina de Programação Linear Dual desenvolvida no Núcleo de Processamento de Dados da UFSC. Resultados comparativos são apresentados para os sistemas de 30, 39, 57, e 118 barras do IEEE na tabela 5.28. Os casos analisados são de controle corretivo de tensões com seleção de controles e restrições. Em todos os casos, partiu-se

<i>Barra</i>	<i>Tensão (p.u.)</i>	<i>Relax. (p.u.)</i>
1	1.0633	0.0133
2	1.1192	0.0692
5	1.0797	0.0291
33	0.8993	-0.0007
47	0.8918	-0.0082
83	1.0827	0.0327
84	1.0570	0.0070
114	1.0647	0.0147
115	1.0692	0.0192
139	1.0575	0.0075
154	0.8997	-0.0003
157	1.0502	0.0002
160	1.0535	0.0035
205	0.8701	-0.0299
227	1.0849	0.0349
228	1.0566	0.0066
238	0.8757	-0.0243
260	1.0502	0.0002

Tabela 5.27: Tensões com Limites Relaxados - SIS262

do mesmo ponto de operação inicial que foi adotado para a determinação dos resultados apresentados na tabela 5.24. Observa-se que para a técnica proposta o número de iterações é menor, a redução da magnitude e do número de iterações é maior em relação ao Dual Simplex. Outra vantagem da técnica proposta é que não há controles no limite ao final do processo. Observa-se também, que apesar do procedimento para seleção de controles e restrições ser o mesmo para os dois métodos, a busca da solução viável não é efetuada da mesma forma. Na primeira iteração alguns controles são ajustados no limite pelo método Dual simplex, logo a partir da segunda estes não são mais selecionados, o que explica a diferença entre os controles utilizados pelos dois métodos.

A tabela 5.29 apresenta os valores dos controles do sistema de 39 barras do IEEE ao final do processo de convergência para ambos os métodos. Como pode ser observado, para corrigir as mesmas violações, os ajustes requisitados nos dispositivos de controle são bastante diferentes, inclusive com variações nos controles em sentidos opostos ( $V_{30}$ ,  $V_{31}$ ,  $V_{35}$  e  $a_{29-38}$ ). Analisando a magnitude da variação percentual dos valores dos controles, observa-se que usando Programação Linear o esforço de controle foi nitidamente maior, além de levar o ajuste em diversos dispositivos de controle ao limite, em decorrência da não utilização de nenhuma estratégia que atuasse no sentido de manter as variáveis de controle tanto quanto possível dentro dos limites. O fato a ser enfatizado nesta situação é que, ao contrário de outros métodos, o algoritmo de otimização utilizado na metodologia proposta não necessita de nenhuma estratégia especial para evitar que na solução final as variáveis atinjam seus limites.

<i>Sistema</i>	<i>NV</i> <sup>1</sup>	$\Delta V$ <sup>1</sup>	<i>NCL</i>	<i>NI</i>	<i>NC</i>	<i>TT</i>
<i>Dual Simplex</i>						
<i>IEEE30</i>	2	0.006	2	2	4	1.262
<i>IEEE39</i>	16	0.015	8	3	16	1.810
<i>IEEE57</i>	4	0.019	9	3	14	3.630
<i>IEEE118</i>	4	0.047	2	3	14	5.730
<i>Min. Quadr.</i>						
<i>IEEE30</i>	1	0.002	0	2	6	1.085
<i>IEEE39</i>	0	0.000	0	1	15	1.287
<i>IEEE57</i>	6	0.015	0	3	16	3.126
<i>IEEE118</i>	4	0.002	0	2	13	4.578

*NCL: num. de controles no limite*

*NC: num. de controles utilizados*

*NI: num. de iterações*

*TT: tempo total*

Tabela 5.28: Sistemas teste - Comparação com Dual Simplex

<i>Controle</i>	<i>Val. Inicial</i>	<i>Val. Final</i>	<i>Var %</i>	<i>Val. Final</i>	<i>Var %</i>
$V_{30}$	1.050	1.100	4.762	1.030	1.877
$V_{31}$	1.050	1.100	4.762	1.032	1.746
$V_{32}$	1.100	1.100	0.000	1.030	3.277
$V_{33}$	1.060	1.054	0.905	1.030	3.502
$V_{35}$	1.050	1.100	4.762	1.030	1.029
$V_{37}$	1.080	0.950	12.037	1.030	2.117
$V_{38}$	1.070	0.956	10.651	1.030	1.774
$V_{39}$	1.060	0.950	10.377	1.030	1.736
$a_{2-30}$	1.020	0.900	11.765	1.000	2.000
$a_{6-31}$	1.070	0.942	12.000	1.055	1.441
$a_{10-32}$	1.070	0.955	10.759	1.041	2.684
$a_{11-12}$	1.010	0.900	10.891	1.010	0.000
$a_{12-13}$	1.010	0.900	10.891	1.010	0.000
$a_{19-33}$	1.070	0.900	15.844	1.038	2.962
$a_{22-35}$	1.020	0.944	7.435	1.010	1.000
$a_{25-37}$	1.020	0.949	6.988	0.998	2.122
$a_{29-38}$	1.020	1.022	0.171	1.002	1.782

Tabela 5.29:  $PL \times MQ$  - Sistema de 39 Barras do IEEE

# Capítulo 6

## Conclusões

Soluções corretivas para violações na magnitude das tensões/potência reativa e fluxos de potência ativa, podem ser determinadas com mínimo desvio da variáveis de controle em relação a seus valores iniciais. Para atingir este objetivo o despacho de potência corretivo pode ser formulado como um problema de otimização, para o qual utiliza-se uma técnica de otimização para se obter uma solução. No presente trabalho mostrou-se como formular adequadamente o problema para a aplicação da técnica de Mínimos Quadrados com restrições de desigualdade, cujo potencial de aplicação desejava-se avaliar.

O desempenho da técnica, associada a estratégias de seleção de controles e restrições e de relaxação em limites de variáveis no caso de inviabilidade, pode ser sumarizado nas seguintes características observadas com base nos resultados numéricos apresentados no capítulo anterior.

- Rapidez na determinação de soluções viáveis quando estas existem e na



detecção de situações onde as restrições são conflitantes, o que pode ser verificado com base nos tempos de processamento mostrados.

- Número pequeno de iterações para a convergência. Em geral três iterações são necessárias para a determinação da solução, o que confirma a característica de convergência quadrática do método.
- Redução significativa do número de violações e da magnitude da máxima violação após a primeira iteração.
- Possibilidade de exploração de características particulares do método, as quais permitiram o desenvolvimento de uma metodologia para relaxação nos limites de variáveis dependentes, a fim de que nos casos críticos as violações fossem minimizadas.
- Para o controle centralizado de tensão/potência reativa sem a aplicação da estratégia de seleção de controles, mostrou-se que nos casos estudados, o uso das tensões terminais dos geradores é mais apropriado. Os “taps” dos transformadores devem ser utilizados para se fazer um ajuste fino local nos níveis de tensão.
- A estratégia de seleção de controles e restrições desenvolvida para o sub-problema de correção de tensão/potência reativa, mostrou-se necessária para viabilizar a aplicação da metodologia proposta a sistemas de grande porte e/ou aplicação em controle em tempo real. A aplicação desta estratégia resultou numa redução considerável dos tempos computacionais,

além de evitar incrementos insignificantes em dispositivos de controle pouco “sensíveis”.

- A aplicação da estratégia de inclusão de somente restrições associadas a variáveis fora dos limites no problema de correção de fluxos também mostrou-se ser necessária para a melhoria do desempenho da metodologia proposta. O número de restrições inicialmente não consideradas que foram incluídas durante o processo iterativo de monitoração dos fluxos de potência foi muito pequeno em todos os casos estudados.
- No caso da detecção da inviabilidade de se obter uma solução inteiramente viável, observa-se que mínimas relaxações nos limites das variáveis dependentes podem ser determinadas sem comprometer a velocidade de convergência do método.

Levando em consideração os aspectos acima mencionados, conclui-se que a metodologia proposta possui potencial suficiente para ser utilizada como uma ferramenta computacional de análise tanto em estudos de planejamento como na operação em Tempo Real. A seguir sugerem-se outras aplicações potenciais da técnica proposta neste trabalho.

## 6.1 Sugestões para Futuros Trabalhos

Outras aplicações possíveis da técnica de Mínimos Quadrados com Restrições de Desigualdade não abordadas no contexto deste trabalho, são sugeridas para

trabalhos subseqüentes:

- Desenvolvimento de estratégias para alocação “ótima” de dispositivos de compensação reativa quando soluções inviáveis forem detectadas no problema de correção de tensão;
- Desenvolvimento de estratégias para determinação do mínimo corte de carga quando, em situações de emergência, não for possível a eliminação de sobrecargas em linhas e nem a relaxação de limites;
- Aplicação da técnica de Mínimos Quadrados para correção de tensões e fluxos de potência ativa durante as iterações do fluxo e potência via método Newton-Raphson;
- Uso combinado desta estratégia com técnicas de inteligência artificial para se estabelecer os controles a serem otimizados.

# Bibliografia

- [1] S. Narita and M. S. A. A. Hammam. A computational algorithm for real control of system voltage and reactive power - part 1. *IEEE Trans. on PAS*, 2495–2501, March 1971.
- [2] R.C. Mamandur and G.J. Berg. Economic shift in electric power generation with line flow constraints. *IEEE Trans. on PAS*, 97(5):1618–1626, Sep-Oct 1978.
- [3] E. Hobson. Network constrained reactive power control using linear programming. In *IEEE PES Winter Meeting*, artigo F79–214 8, New York - USA, February 1979.
- [4] K.R.C. Mamandur and R.D. Chenoweth. Optimal control of reactive power flow for improvements in voltage profiles and for real power loss minimization. *IEEE Trans. on PAS*, 100(7):3185–3194, July 1981.
- [5] K.R.C. Mamandur. Emergency adjustments to var control variables to alleviate over-voltages, under-voltages and generator var limit violations. *IEEE Trans. on PAS*, 101(5):1040–1047, May 1982.

- [6] R.C. Burchett and H.H. Happ. Large scale security dispatching: an exact model. *IEEE Trans. on PAS*, 102(9):2995–2999, September 1983.
- [7] J. Zaborszky, G. Huang, and S. Y. Lin. Control of reactive power and voltage in emergencies. In *Proceedings of the IFAC Symposium on Planning and Operation of Power Systems*, Paris - France, 1983.
- [8] A.P. Meliopoulos and A.G. Bakirtzis. Corrective control computations for large power systems. *IEEE Trans. on PAS*, 102(11):3598–3604, November 1983.
- [9] E. C. Housos and G. D. Irisarri. Security assessment and control system. *IEEE Trans. on PAS*, 104(5):1075–1081, May 1985.
- [10] D. T. Sun and R. R. Shoults. A preventive strategy method for voltage and reactive power dispatch. *IEEE Trans. on PAS*, 104(7):1670–1676, July 1985.
- [11] R. Mota-Palomino and V.H. Quintana. Sparse reactive power scheduling by a penalty function - linear programming technique. *IEEE Trans. on PAS*, 10(3):31–39, August 1986.
- [12] D.S. Kirschen and H.P.V. Meeteren. Mw-voltage control in a linear programming based optimal power flow. *IEEE Trans. on PS*, 3(2):481–489, May 1988.
- [13] J. C. Kaltenbach and L. P. Hajdu. Optimal corrective rescheduling for power system security. *IEEE Trans. on PAS*, 90(2):843–851, March 1971.

- [14] T. K. P. Medicherla, R. Billinton, and M. S. Sachdev. Generator rescheduling and load shedding to alleviate line overloads - analysis. *IEEE Trans. on PAS*, 98(6):1876-1884, Nov/Dec 1979.
- [15] A.P.S. Meliopoulos, G. Contaxis, R.R. Kovaks, N.D. Reppen, and N. Balu. Power system remedial action methodology. *IEEE Trans. on PS*, 3(2):500-509, May 1988.
- [16] G. A. Maria, A. H. Yuen, and J. A. Findlay. Control variable adjustment in load flows. *IEEE Trans. on PAS*, 3(3):858-864, August 1988.
- [17] C. L. Lawson and Hanson R. J. *Solving Least Squares Problems*. Prentice Hall, 1974.
- [18] Alcir Monticelli. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Editora Edgard Blucher Ltda, 1983.
- [19] R.N. Dhar. *Computer Aided Power System Operation and Analysis*. Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 1982.
- [20] C. Liu and K. Tomsovic. An expert system assisting decision-making of reactive power/voltage control. *IEEE Trans. on PAS*, 10(3):195-201, July 1986.
- [21] K. C. Lai, W. J. Lee, and M. S. Chen. Design of a microcomputer based operator assistance system for real time voltage and reactive power correction. *IEEE Trans. on PAS*, 6(2):723-727, May 1991.

- [22] T. F. Godart and Püttgen H. B. A reactive path concept applied within a voltage control expert system. *IEEE Trans. on PAS*, 6(2):787–793, May 1991.
- [23] J. G. Rolim. *Sistema Especialista Para Apoio ao Controle de Tensão / Potência Reativa Incluindo Manobras Sobre a Topologia da Rede*. Relatório Técnico, Universidade Federal de Santa Catarina, 1993.
- [24] B. Stott and O. Alsac. Experience with successive linear programming for optimal rescheduling of active and reactive power. In *Proceedings of the IFAC Symposium on Planning and Operation of Power Systems*, Paris - France, 1983.
- [25] S. A. Farghal, A. A. Abou-Elela, and M. R. A. Aziz. An efficient technique for real-time control of system voltages and reactive power. *Electric Power System Research*, 12:197–208, 1987.
- [26] J. Farach, W. M. Grady, and S. D. Kellogg. A linearized procedure for voltage control. *Electric Power System Research*, 18:11–18, 1990.
- [27] K.W. Edwin and S. Lemmer. Central level reactive power-voltage control. In *Proceedings of the IFAC Symposium on Planning and Operation of Power Systems*, Paris - France, 1983.
- [28] Jeferson M. Ortega. *Determinação de Soluções Corretivas na Operação de Sistemas Elétricos Através de Técnicas de Projeção Ortogonal*. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1991.

- [29] A. Huges, G. Jee, P. Hsiang, R. R. Shoults, and M.S. Chen. Optimal reactive power planning. *IEEE Trans. on PAS*, 100(8):2189–2194, May 1981.
- [30] H. Happ and K.A. Wirgau. Static and dynamic var compensation in system planning. *IEEE Trans. on PAS*, 97(5):1564–1578, Sep/Oct 1978.
- [31] A. Kishore and E. F. Hill. Static optimization of reactive power sources by use of sensitivity parameters. *IEEE Trans. on PAS*, 90(3):1564–1578, May 1971.
- [32] R.A. Fernandes, F. Lange, R.C. Burchett, H.H. Happ, and K.A. Wirgau. Large scale reactive power planning. *IEEE Trans. on PAS*, 102(5):1083–1088, May 1983.
- [33] B. Avramovic and L. H. Life. Real-time security monitoring. *IEEE Trans. on PAS*, 90(3):373–378, May 1991.
- [34] O. O. Obadina and G. J. Berg. Var planing for power system security. *IEEE Trans. on PAS*, 4(2):677–686, May 1989.
- [35] O. O. Kenji, H. Suzuki, K. Suzuki, and K. Suzuki. Pratical reactive power allocation/operation planning using sucessive linear programming. *IEEE Trans. on PAS*, 3(2):558–566, May 1988.
- [36] P.E. Gill, W. Murray, and M. Wright. *Practical Optimisation*. Academic Press, 1981.